

RESUMEN

EFFECTOS DEL USO DE GEOMETRÍA DINÁMICA EN EL
APRENDIZAJE Y LA ACTITUD HACIA
LAS MATEMÁTICAS

Por

Víctor Linares Gómez

Asesor principal: Jaime Rodríguez Gómez

RESUMEN DE TESIS DE MAESTRÍA

Universidad de Montemorelos

Facultad de Educación

Título: EFECTOS DEL USO DE GEOMETRÍA DINÁMICA EN EL APRENDIZAJE Y LA ACTITUD HACIA LAS MATEMÁTICAS

Nombre del investigador: Víctor Linares Gómez

Nombre y título del asesor principal: Jaime Rodríguez Gómez, Doctor en Educación

Fecha de terminación: Abril del 2019

Problema

El uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas es un aspecto importante dentro de la educación actual; puede afectar el proceso de enseñanza aprendizaje y las actitudes de los estudiantes hacia las matemáticas, por lo cual en el presente estudio se pretende responder a la pregunta: ¿Cuál es el efecto del uso de geometría dinámica en el aprendizaje y la actitud hacia las matemáticas de los estudiantes de preparatoria de la UNAV, durante el curso 2017-2018?

Método

La investigación es cuantitativa, con un alcance descriptivo y correlacional, un diseño pre-experimental y de medidas repetidas. Se administró una prueba de

conocimiento acerca de la parábola y una escala de actitud hacia las matemáticas, ambas en el pretest y el postest. La muestra estuvo conformada por 26 estudiantes de bachillerato.

Resultados

Al medir el conocimiento sobre la parábola en el pretest, se encontró una media de 2.1, con una desviación estándar de 1.89; después de utilizar el software de geometría dinámica, se obtuvo una media de 17.4 con una desviación estándar de 5.03 en dicho conocimiento. Esta diferencia fue significativa según la prueba t de Student ($t_{(25)} = 16.361, p = .000$).

Se midió la actitud hacia las matemáticas antes de usar geometría dinámica y la media obtenida fue de 105.8, en una escala del 34 al 170, con una desviación estándar de 20.94; dicha medición se volvió a realizar después de usar geometría dinámica y la media que se obtuvo fue de 117.62 y la desviación estándar de 17.19. Esta diferencia fue significativa ($t_{(25)} = 3.599, p = .001$).

Conclusión

Se encontró un efecto positivo y de gran tamaño (según la d de Cohen) del uso de geometría dinámica (GeoGebra) en el aprendizaje de los alumnos. Esto muestra que, a través de ella, los alumnos pueden aprender conceptos y propiedades de los lugares geométricos; sin embargo, no se logró que los alumnos resolvieran de forma eficaz un problema de aplicación haciendo uso del GeoGebra.

Además, se encontró una diferencia significativa entre la actitud hacia las matemáticas antes y después de usar GeoGebra en el proceso de aprendizaje. El

crecimiento observado fue desde el 52.8% hasta el 61.4%. Esto indica que el uso de geometría dinámica tiene un efecto positivo sobre la actitud hacia las matemáticas.

Universidad de Morelos

Facultad de Educación

EFFECTOS DEL USO DE GEOMETRÍA DINÁMICA
EN EL APRENDIZAJE Y LA ACTITUD
HACIA LAS MATEMÁTICAS

Tesis
presentada en cumplimiento parcial
de los requisitos para el título de
Maestría en Enseñanza de las Matemáticas

por

Víctor Linares Gómez

Abril de 2019

EFFECTOS DEL USO DE GEOMETRÍA DINÁMICA EN EL
APRENDIZAJE Y LA ACTITUD HACIA LAS
MATEMÁTICAS

Tesis
presentada en cumplimiento parcial
de los requisitos para el título de
Maestría en Enseñanza de las
Matemáticas

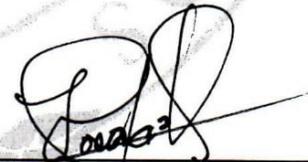
por

Víctor Linares Gómez

APROBADA POR LA COMISIÓN:



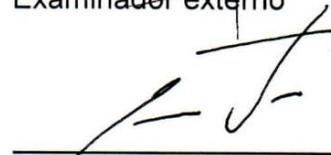
Asesor principal: Dr. Jaime Rodríguez
Gómez



Dr. Luciano González Olivares,
Examinador externo



Miembro: Mtro. Miguel Mondragón Ríos



Dr. Ramón Andrés Díaz Valladares,
Director de Posgrado e Investigación



Miembro: Mtro. Tomás Cahuich Cahuich

11 de abril de 2019
Fecha de aprobación

DEDICATORIA

Dedico este trabajo a Dios, a quien le debo todos mis logros y quien me ha guiado hasta estos momentos. A mi esposa Rosy, por inspirarme cada día y motivarme a ser mejor. A mis padres, por su confianza y apoyo en cada una de las etapas de mi vida. A mi hermana, por sus consejos que me han orientado en momentos oportunos.

TABLA DE CONTENIDO

LISTA DE FIGURAS	vi
LISTA DE TABLAS	vii
RECONOCIMIENTOS	viii
Capítulo	
I. NATURALEZA Y DIMENSIÓN DEL PROBLEMA.....	1
Introducción.....	1
Contextualización	1
Planteamiento del problema.....	2
Declaración del problema	2
Hipótesis	2
Justificación	3
Limitaciones	3
Delimitaciones.....	3
Trasfondo filosófico	4
Un maestro de diez.....	5
El libro de texto	6
El currículo	7
La metodología y la tecnología	7
La evaluación.....	8
El compromiso docente.....	8
II. REVISIÓN DE LA LITERATURA	10
La tecnología en la educación.....	10
La tecnología en las matemáticas	13
Las actitudes hacia las matemáticas.....	16
Medición de la actitud hacia las matemáticas	18
La tecnología en la enseñanza de la geometría	21
Investigaciones de software de geometría dinámica	24
III. MÉTODOS Y PROCEDIMIENTOS.....	31
Diseño de la investigación.....	31
Población.....	32
El tratamiento	32
Actividades con el uso de GeoGebra.....	32

Operacionalización de las variables	41
Actitud hacia las matemáticas	41
Rendimiento académico.....	43
IV. PRESENTACIÓN DE RESULTADOS	44
Introducción.....	44
Descripción de la muestra	44
Confiabilidad del instrumento	45
Comportamiento de las variables	45
Conocimiento de la parábola	46
Actitud hacia las matemáticas.....	47
Prueba de hipótesis.....	49
Otros análisis y resultados	51
Grupo escolar	51
Género.....	51
V. RESUMEN, DISCUSIÓN, CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	52
Introducción.....	52
Resumen	52
Discusión.....	55
Conclusiones.....	56
Recomendaciones.....	58
Apéndice	
A. CLASIFICACIÓN DE LOS ÍTEMS.....	60
B. GRÁFICOS DE LOS COMPONENTES DE LA VARIABLE ACTITUD HACIA LAS MATEMÁTICAS.....	62
C. PRUEBA DE HIPÓTESIS.....	65
D. RELACIÓN ENTRE EL GRUPO ESCOLAR Y EL CONOCIMIENTO DE LA PARÁBOLA Y ACTITUD HACIA LAS MATEMÁTICAS	67
E. RELACIÓN ENTRE EL GÉNERO Y EL CONOCIMIENTO DE LA PARÁBOLA Y ACTITUD HACIA LAS MATEMÁTICAS.....	69
F. INSTRUMENTOS DE MEDICIÓN	71
REFERENCIAS.....	76

LISTA DE FIGURAS

1. Intersección (punto C) entre la mediatriz del segmento AF y la recta perpendicular a la recta L.....	33
2. Rastro del punto C, al desplazar el punto A sobre la recta L.	34
3. Construcción de la parábola a partir de icono de GeoGebra.	35
4. Comparación entre la distancia Foco-Vértice y Vértice-Directriz.	36
5. Trazo del lado recto de la parábola.....	36
6. Grafica de la parábola vertical con centro en el origen y su ecuación.	37
7. Deslizador “a”, ecuación ordinaria de una parábola con vértice en el origen y su gráfica.....	38
8. Vista final de los pasos realizados en la actividad 4.	40
9. Diagrama de caja y bigotes de la variable conocimiento de la parábola, del pre test y post test.....	48
10. Diagrama de caja y bigotes de la variable actitud hacia las matemáticas, pretest y postest.....	49

LISTA DE TABLAS

1. Diseño de medidas repetidas.....	31
2. Clasificación de ítems	42
3. Comportamiento de la variable conocimiento de la parábola, pre y postest	46
4. Descriptivo de los ítems de la variable conocimientos de la parábola	48
5. Comportamiento de los componentes de la variable actitud en el pretest y postest.....	50

RECONOCIMIENTOS

Agradezco a todas las personas que de alguna manera colaboraron en la realización de este proyecto:

Al doctor Jaime Rodríguez Gómez, asesor principal, quien desde el inicio de este proyecto aceptó asesorarme y durante todo el desarrollo de este ha sido una guía y un motivador, y quien amablemente a compartido sus conocimientos.

Al maestro Tomás Felipe Cahuich Cahuich, por su clases brindadas y sugerencias oportunas en este proyecto.

Al Colegio del Pacífico, por brindarnos la oportunidad de llevar a cabo este estudio con sus estudiantes, gestionando los permisos necesarios, organizando el horario y las instalaciones para implementar el taller realizado.

A la Universidad de Navojoa, por darnos la oportunidad de seguir creciendo profesionalmente.

CAPÍTULO I

NATURALEZA Y DIMENSIÓN DEL PROBLEMA

Introducción

Actualmente los alumnos están inmersos en la tecnología, situación que el docente debe emplear para despertar el interés hacia las matemáticas, haciendo uso de la tecnología dentro del aula. Esto implica que el docente debe permearse de la tecnología para poder ofrecer una enseñanza distinta que facilite los procesos de aprendizaje y comprensión, al despertar el interés de los alumnos, propiciando así nuevos ambientes de trabajo.

Contextualización

Como docentes, al utilizar un software en algunos temas de matemáticas, se ha notado que el interés de los alumnos por conocer los temas ha sido mayor, así como su confirmación. Cabe mencionar que no se busca que el uso del software o herramientas tecnológicas sustituya los otros recursos didácticos, sino que sea más bien una herramienta para comprender mejor los temas de geometría y llevar al alumno a un análisis más crítico; he aquí la importancia de que el docente debe involucrarse en los asuntos tecnológicos para que de esta manera logre alcanzar a los alumnos. De acuerdo con el National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2003), "los docentes deberían utilizar la tecnología con el fin de mejorar las oportunidades de aprendizaje de sus alumnos, seleccionando o creando tareas matemáticas

que aprovechen lo que la tecnología puede hacer bien y eficientemente (graficar, visualizar, calcular)” (par. 19).

Planteamiento del problema

El uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas es una característica importante dentro de la educación, por lo cual en el presente estudio se pretende conocer cuál es el efecto del uso de geometría dinámica en el aprendizaje y la actitud hacia las matemáticas de los estudiantes de preparatoria del segundo semestre del Colegio del Pacifico, durante el periodo enero-mayo del 2017, en la ciudad de Navojoa, Sonora.

Declaración del problema

La pregunta que responderá esta investigación es: ¿Cuál es el efecto del uso de geometría dinámica en el aprendizaje y la actitud hacia las matemáticas de los estudiantes del segundo semestre del Colegio del Pacifico, durante el semestre de enero a mayo del 2017?

Hipótesis

El uso de la geometría dinámica produce un efecto positivo en el aprendizaje y la actitud hacia las matemáticas de los estudiantes de tercer semestre de preparatoria. Lo que en términos estadísticos implica:

Existe diferencia entre el pretest y el postest de conocimiento sobre la parábola, después de haber utilizado la geometría dinámica.

Existe diferencia entre el pretest y el postest de actitud hacia las matemáticas, después de haber utilizado la geometría dinámica

Justificación

El uso de la tecnología ha permeado las diferentes áreas de la sociedad, entre ellas la educación. En el área de las matemáticas, brinda ayuda para visualizar los conceptos abstractos, permitiendo al alumno manipular los elementos de ciertas variables y analizar sus comportamientos.

Partiendo de esto, es necesario que en esta investigación se identifiquen las ventajas de incluir en la enseñanza de la geometría el uso de la tecnología, haciendo énfasis en la utilización de un software educativo.

Limitaciones

Como en toda investigación un factor importante que se distingue es el surgimiento de obstáculos y esta no es la excepción. El factor tiempo es una limitante debido al número de horas disponibles para desarrollar el taller del uso de GeoGebra, de manera adicional a las clases asignadas para la materia de matemáticas; lo cual también dificulta la disponibilidad de periodos para reforzar las actividades desarrolladas a través del software educativo; de igual manera, los recursos financieros con que cuenta la institución para proveer las herramientas tecnológicas necesarias y la disposición y recursos de los estudiantes.

Delimitaciones

Se expone en este apartado la manera en que se delimitó el tema en el presente estudio.

1. La población de estudio estuvo conformada por estudiantes de segundo semestre de bachillerato del Colegio del Pacífico, Navojoa, Sonora, durante el periodo enero-mayo 2017.

2. Se incluyeron estudiantes de los dos grados de segundo semestre que hay en la institución.

3. La muestra obtenida fue de aquellos alumnos que presentaron el pretest, desarrollaron las actividades propuestas con geometría dinámica y realizaron el postest.

4. El tema que se abordó con geometría dinámica fue la parábola como espacio geométrico, con centro en el origen y fuera del origen, tanto verticales como horizontales, sus gráficas y ecuaciones.

Trasfondo filosófico

La educación actual plantea seriamente el problema de la creación de nuevos conceptos que sean más útiles para comprender la variedad de los nuevos problemas y situaciones que debe enfrentar el estudiante.

En los últimos años, se han incorporado en la educación herramientas tecnológicas que contribuyen a facilitar los procesos de enseñanza-aprendizaje dentro del aula, y es que el uso de la tecnología ha permeado las diferentes áreas de la sociedad, y la educación no es la excepción.

El uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas cada vez es más común, pues su implementación ha dado resultados favorables en cuanto al conocimiento adquirido y a las actitudes de los estudiantes hacia la enseñanza de la materia, por lo cual su inclusión en el aula es cada vez mayor.

Ante el breve contexto presentado acerca de la inclusión de las herramientas tecnológicas en el aula, y en el marco de la filosofía cristiana que distingue la educación adventista, surge la siguiente pregunta: Dios, siendo el maestro de maestros,

¿utilizó alguna herramienta tecnológica para enseñar a sus hijos? Si es así, ¿qué herramientas tecnológicas empleó?

Se pueden entender por herramientas tecnológicas aquellos dispositivos o programas diseñados que llegan a facilitar el trabajo o la enseñanza en el ámbito educativo que, además, permiten la aplicación de recursos de manera efectiva. Los recursos didácticos utilizados por la divinidad fueron los adecuados según el momento y la situación para poder transmitir las lecciones, que necesitaban quedar grabadas en la mente de sus alumnos.

Los actores principales en el proceso educativo son el docente y los alumnos. Estos interactúan a través de métodos, estrategias, material didáctico y herramientas que favorecen el aprendizaje. A través de la Biblia se puede distinguir la interacción de Dios, el maestro, con los seres humanos, sus alumnos.

Ningún maestro puede utilizar una estrategia sin tener un nivel apropiado de conocimiento de sus alumnos. Los casos aquí analizados tienen garantía de un conocimiento de primera mano de parte del maestro hacia los alumnos. Dios así lo declaró cuando dijo a su pueblo a través del profeta Jeremías: “Antes que te formase en el vientre te conocí, y antes que nacieses te santifiqué, te di por profeta a las naciones” (Jeremías 1:5). Dios conoce a la perfección a cada uno de sus alumnos, el contexto que cada uno vive y sus estilos de aprendizaje; por lo tanto, sabe cuál es la mejor manera de instruirlos de manera individual y colectiva.

Un maestro de diez

La Biblia muestra evidencias que permiten identificar al Creador desempeñando un rol pedagógico trascendente. En el relato bíblico se encuentran elementos que

muestran de manera clara a Dios enseñando pacientemente a sus hijos, haciendo uso de las cualidades que lo califican como un maestro de excelencia. Por ejemplo, desde la creación del mundo realizó la planeación de sus acciones de enseñanza para que el hombre: pudiera cumplir con la función de señorear sobre el resto de la creación (Génesis 2:15) y practicara la obediencia (Génesis 2:16,17).

Esta planeación incluía adaptaciones curriculares emergentes para ser usadas en caso de que el hombre, haciendo mal uso de su total libertad, llegara a necesitarlas; para tristeza del universo creado, estas adecuaciones tuvieron que activarse cuando el hombre y la mujer, tentados por la serpiente, desobedecieron; así comenzó un largo y doloroso camino hacia la degradación de la raza humana; el primer paso lo dieron escondiéndose del maestro; y, puesto que la transmisión directa de conocimientos se había perdido, tuvieron que ponerse en marcha nuevas estrategias de enseñanza que incluían el uso de la tecnología de Dios (Romanos 3: 23,24).

El libro de texto

La Biblia, escrita por hombres pero inspirada por Dios, ha sido una de las principales herramientas utilizadas por Dios para impartir a sus hijos sus enseñanzas sagradas (Proverbios 2:6) y capacitarlos para diversas misiones (2 Timoteo 3:16, 17).

En ella están plasmadas de forma escrita las verdades más profundas de la salvación y los consejos más prácticos para la vida; es una guía precisa del cristianismo, que, además de señalar lo que está bien y lo que está mal (Salmos 119:9), provee consuelo en momentos de debilidad (Salmo 119:50) y profetiza el futuro (2 Pedro 1:19). La efectividad a nivel individual de esta herramienta depende del uso que cada alumno haga de este recurso. La instrucción de Dios es leer (Josué 1:8),

analizar (Juan 5:39), practicar (Santiago 1:22) y transmitir lo aprendido (1 Timoteo 4:13).

El currículo

Tener un currículo adecuado es también de suma importancia para el proceso educativo; este determina los objetivos pedagógicos según los requerimientos sociales. Dios establece enseñanzas que son para beneficio del ser humano (Isaías 48:17) y que se traducirán en cosas buenas para su vida (Deuteronomio 6:2). El currículo que Dios usa responde a dos directrices: la primera incluye el perfil de egreso, que permitirá al alumno tener una vida de amor al prójimo y de servicio. Si fuese necesario ponerles nombre a los cursos de esta directriz, podrían llamarse bases del amor al prójimo y al enemigo, el arte de hacer el bien, seminario de servicio y otros por el estilo. La segunda directriz hace alusión a que los hijos de Dios están en el mundo, pero no son de este mundo (Juan 17:16); siendo así, el alumno debe prepararse para ser un ciudadano del reino de los cielos (Mateo 18:3). Los cursos de esta directriz serían, por ejemplo, dinámica de las decisiones que trascienden; introducción al camino de la fe; laboratorio de fe y obras y estudio de la ley de Dios.

La metodología y la tecnología

Otra de las características que se puede observar en Dios como el gran maestro es que usa diferentes métodos y estrategias para instruir a sus hijos (Deuteronomio 6:1-9). Mientras estuvo en la tierra, viviendo como hombre, les hablaba en parábolas para que pudiesen tener un acercamiento al conocimiento de las grandes verdades del reino de los cielos (Mateo 13:34-35, Salmos 78:1-4). Les contó, por ejemplo, la historia de una familia en la que el hijo menor, en sus anhelos juveniles

de libertad, pidió a su padre la parte de la herencia que le correspondía; después de haberse ido y malgastado su dinero, y viéndose en la más extrema necesidad, regresó a su casa suplicando a su preocupado padre una segunda oportunidad; el padre, contento de tener a su hijo de regreso, hace una gran fiesta para celebrar que su hijo perdido ha regresado. Este relato con los detallados diálogos y su sorprendente final ilustró para sus oídos el perdón y el amor incondicional del padre celestial.

En cuanto a la tecnología utilizada por Dios para enseñar a su pueblo, en el libro de Éxodo (capítulos 26 y 27), Dios emplea material didáctico para que su pueblo, a través del santuario pudiese recordar que Jehová habitaba en medio de ellos (Éxodo 25:8), y por medio de simbolismos pudiese comprender el plan de la salvación.

La evaluación

La evaluación es también parte importante de la educación, ya que a través de ella el maestro puede conocer el grado de fijación de los aprendizajes en los alumnos. Dios también lleva a cabo una evaluación. En el libro de Juan 21:15-17, Dios evaluó a Pedro a través de preguntas y respuestas para observar la transformación que este había tenido. Pedro, ¿me amas más que estos? Fue la pregunta que Pedro escuchó tres veces y que le brindó oportunidad de analizar y autoevaluar su relación con Jesús.

El compromiso docente

Dentro de las cualidades de un buen maestro sobresale, por su importancia, el compromiso docente, cualidad que exige una entrega total del maestro a la causa que persigue: un compromiso hacia sus estudiantes que le permita tener la empatía necesaria para relacionarse a un nivel más profundo e íntimo, un nivel en el que las

palabras dejen de ser importantes y sean la amistad, el respeto y la entrega las características que tocan la vida de los estudiantes y los llevan a realizar cambios en sus vidas. Dios no pudo estar más comprometido: “Porque de tal manera amó Dios al mundo que dio a su Hijo unigénito, para que todo aquel que en él cree no se pierda más tenga vida eterna” (Juan 3:16). La entrega fue total y los resultados indiscutibles: millones de personas atraídas por una cruz, vidas tocadas por un sacrificio, corazones transformados por un acto de puro amor.

CAPÍTULO II

REVISIÓN DE LA LITERATURA

El desarrollo de la tecnología computacional que se dio en la segunda mitad del siglo pasado abrió posibilidades de empleo de la herramienta tecnológica a diversos campos, entre ellos al de la educación.

Castillo (2008) menciona que las diferentes tecnologías siempre han ido cambiando a las sociedades. Hoy en día, las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) se han convertido en factores que generan un cambio social, debido a su incidencia, convirtiéndose así en los agentes más eficaces de estos cambios. En este contexto, la educación no puede quedarse al margen. El ámbito educacional, para satisfacer las necesidades de adaptación y acomodación, debe cumplir con las expectativas sociales de la tendencia tecnológica.

Bajo el contexto anterior, la revisión de la literatura se dividirá en las siguientes secciones, de forma general: la tecnología en la educación, la tecnología en las matemáticas, las actitudes hacia las matemáticas y su medición y, de forma más específica, la tecnología en la enseñanza de la geometría e investigaciones de software de geometría dinámica.

La tecnología en la educación

Para Orozco Moret y Labrador (2006), las bases que generan el conocimiento se encuentran en crisis ante la nueva era tecnológica; por lo tanto, la educación se

plantea seriamente el problema de la búsqueda de la creación de otros conceptos que sean más útiles para comprender la variedad de los nuevos problemas y situaciones que debe enfrentar el estudiante el día de hoy.

En el ámbito educacional, el uso de la tecnología llega a generar un ambiente propicio para el proceso de enseñanza aprendizaje de alumnos y docentes; este ambiente o entorno posee características observables muy significativas, entre las que destacan la facilidad del trabajo colaborativo, una mayor oferta informativa, la eliminación de las barreras de espacio-tiempo, la promoción del autoaprendizaje, la potenciación de la interactividad y la oportunidad de un aprendizaje más flexible (Hallström y Gyberg, 2011; Wood y Ashfield, 2008).

Domingo Coscollola y Marquès Graells (2011) y Opazo Correa (2008) consideran que las TIC, al configurar los nuevos entornos y escenarios para la formación, llegan a ser un recurso más que se encuentra disponible para todo docente. Este recurso se añade a los que ya se estaban usando y no necesariamente son remplazo de recursos anteriores. Mencionan, además, que esta debe ser la forma en que los docentes deben ver a las nuevas tecnologías y ser más flexibles en la incursión de ellas dentro del aula.

Con base en lo anterior, los docentes necesitan la adopción de la tecnología en su labor de enseñanza, cambiar las percepciones que tienen al respecto y vencer las barreras que impiden hacer uso de la tecnología dentro del aula. Para ello es importante identificar cuáles son dichas barreras y superarlas, puesto que no es suficiente solo tener una buena actitud hacia el uso de la tecnología en la enseñanza (Cowan, 2012).

Unas de estas barreras que observan Pierce y Ball (2009) son la actitud de los docentes hacia las tecnologías, las ideas que los compañeros de trabajo tengan sobre hacer uso de ellas en el salón de clases, la postura del director con respecto al uso de la tecnología, las exigencias de los padres y las capacidades y dominio que el docente tenga en el manejo de la tecnología. Aunado a esto, Unkefer, Shinde y McMaste (2009) consideran que el docente debe tener bien definido el porqué, el cómo y el cuándo hacer uso de las herramientas tecnológicas en su enseñanza.

Las tecnologías educativas están cambiando la forma de brindar educación (O'Brien, Aguinaga, Hines y Hartshorne, 2011). Estas tecnologías, según Juan, Steegmann Pascual, Huertas, Martínez y Simosa (2011), incluyen recursos de internet para la enseñanza y aprendizaje, los materiales académicos en formato electrónico, software específico de la materia relacionada y software de redes sociales. Con la propagación de estos recursos a través de la tecnología, la educación ha experimentado diversas transformaciones que afectan a la naturaleza de los cursos y al grado de los programas que ofrecen.

Cabezas (2007) menciona que, ante esta situación, se han desarrollado seminarios, talleres y cursos, con la finalidad de integrar la tecnología en las prácticas docentes, brindando una capacitación tecnológica y didáctica, de los cuales se han obtenido resultados significativos sobre el uso de las TIC en el proceso de enseñanza-aprendizaje, resultados que resaltan la importancia de esta inclusión. Cabe resaltar que los beneficios de estos seminarios dependerán mucho de la actitud del docente para capacitarse y poner en práctica lo aprendido.

Domingo Coscollola y Marqués Graells (2011) destacan algunos resultados significativos; entre ellos se puede mencionar el aumento de atención de parte de los

alumnos, mayor comprensión de los temas expuestos y aumento en la participación en el aula, entre otros.

Existen factores que dificultan la implementación de las TIC en el aula. Lejos de pensar que la edad de los docentes es uno de ellos, Coffland y Strickland, (2004) mencionan que la edad de los docentes no es un factor que determina el uso de la tecnología en el aula, sino que esta depende más bien de la disposición del docente y de cuánto manejo y dominio tiene de la asignatura que imparte. También resaltan que los docentes que imparten más de una clase del mismo tema son más propensos a no utilizar la tecnología en sus clases.

Esto demuestra lo importante que llega a ser la tecnología en la educación en esta nueva era, para así cumplir con las demandas de la sociedad actual y lo significativo que puede llegar a ser en los procesos de enseñanza aprendizaje.

La tecnología en las matemáticas

En los últimos años se han incorporado en las clases de matemáticas herramientas como las calculadoras y computadoras y se ha observado que han ejercido una influencia importante en la generación de nuevas formas para abordar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas (Cedillo Ávalos, 2006; McGarr, 2010).

Para Bosch et al. (2011), en el área de las matemáticas, la tecnología ha generado campos enteramente nuevos. Además, de acuerdo con Kuzniak y Rauscher (2011) y Renes y Strange (2011), el uso de la tecnología en la educación ha traído consigo grandes beneficios, como los siguientes: contribuyen a resaltar las ideas más importantes, posibilitan el acceso a nuevos temas y problemas, brindan nuevas formas de presentar y manipular la información matemática, brindan la oportunidad,

tanto al docente como al alumno, de escoger varias maneras de presentar contenidos y resultados, usando recursos que antes no habían utilizado. No se trata de cambiar los contenidos de las asignaturas sino de presentarlos de una forma innovadora; lo que sí viene a cambiar con la tecnología es el conjunto de los problemas utilizados para la enseñanza y la forma como estos se pueden resolver y presentar.

Un elemento importante con el cual coinciden Autio, Hietanoro y Ruismäki (2011) y Lee y Yuan (2010) es el uso de la tecnología en la enseñanza. Es que los estudiantes se sienten atraídos porque disfrutan trabajar con sus manos. Canalizando esta motivación, resultaría beneficioso emplearse en la enseñanza de las matemáticas u otra asignatura.

Los cambios en la era tecnológica, el diseño de nuevos cursos de matemáticas, las formas innovadoras de abordar el contenido de los cursos y el uso de la computadora han producido grandes cambios que han demostrado que la tecnología integrada en la enseñanza de las matemáticas produce mejores actitudes hacia el aprendizaje de esta asignatura (Yang y Tsai, 2010).

Khadivi, (2006) señala que hay que ser conscientes de que, aunque los avances en la tecnología han mejorado la función y la aplicabilidad de las matemáticas en la vida, las limitaciones en hardware y software pueden restringir seriamente la validez de las respuestas que se obtienen.

Wood y Ashfield (2008) mencionan que, en el quehacer matemático, diversos contenidos llevan al alumno a experimentar con objetos matemáticos, a ver las relaciones que hay entre ellos y a observar cómo interactúan entre sí. Hay lecciones que requieren representaciones visuales (imágenes en movimiento, gráficas, esquemas, figuras geométricas, diagramas) para poder encontrar respuestas a los problemas

planteados o dar instrucciones a los estudiantes; y sin la ayuda de la tecnología, estos elementos se presentan en un plano más abstracto.

La tecnología en la enseñanza de la geometría llega a ser una herramienta muy valiosa para el docente, pues permite una mayor comprensión de los temas de parte de los alumnos. La complejidad de estos depende en gran medida de los recursos didácticos que el docente utiliza en el proceso enseñanza-aprendizaje. En muchas ocasiones el alumno solo dibuja figuras geométricas sin comprender los teoremas fundamentales; en este contexto, debe entenderse la tecnología como una herramienta de trabajo, pero tampoco se deben considerar como absolutas y únicas las herramientas tradicionales como lápiz y papel (Zembar, 2008).

Mosothwane (2012) y Norton, Mc Robbie y Cooper (2000) mencionan que el docente debe estar consciente en cómo usar la tecnología y, sobre todo, analizar cuál es su desempeño en el aula de clases.

Considerar los contenidos generales e identificar las dificultades de los alumnos son aspectos que el docente debe tomar en cuenta al utilizar alguna herramienta tecnológica en su enseñanza (Coffland y Strickland, 2004) y no sólo hacer uso de las herramientas tradicionales. Su actitud hacia la incursión de estas herramientas innovadoras motivará a sus alumnos y reforzará contenidos complejos (Maduro et al., 2007).

Asunda (2010) y Castillo (2008) mencionan que, al observar las aportaciones benéficas de las TIC en la enseñanza de las matemáticas, los docentes deben actualizarse, estar en consonancia con los cambios curriculares que presente el sistema, donde los roles y funciones del profesor en el proceso de enseñanza aprendizaje se ven modificados debido a los cambios sociales y a sus exigencias.

Las actitudes hacia las matemáticas

En muchas ocasiones, cuando se habla de actitudes hacia las matemáticas, se cree que estas no están relacionadas con el rendimiento académico de los alumnos, pero estudios han mostrado una relación significativa entre estos; y es que un aprendizaje debe abordar aspectos de tipo cognitivo, expresivo y afectivo.

Según Rey, Quiroga y Martínez (2013),

la predisposición negativa hacia las matemáticas, las acciones del profesor, la tradición social o la creencia de que las matemáticas son un conocimiento para unas pocas personas de condiciones cognitivas superiores son factores que inciden en la reacción emocional del estudiante, que se manifiestan como insatisfacción y frustración frente al trabajo con las matemáticas. Estas dificultades están asociadas a la concepción de las matemáticas como un conjunto de operaciones y les impide tener una actitud positiva en el momento de enfrentar tareas que impliquen pensar y no solamente operar. (p. 302)

Rey et al. (2013) también añaden que es una realidad que las emociones intervienen de manera significativa en el proceso de enseñanza-aprendizaje, ya sea que lo faciliten u obstaculicen, por lo que vienen a desempeñar un papel en la comunicación de los estudiantes; sin embargo, a pesar de los avances que se han tenido en la investigación de la educación matemática, se ha tocado poco la parte emotiva de los estudiantes. La mayoría de las investigaciones abordan únicamente el aspecto cognitivo. Destacan, además, que existe un progreso significativo en los estudiantes cuando se atienden y se busca fortalecer sus actitudes en cada clase; por lo tanto, el docente debe fomentar actividades de inicio que permitan predisponer favorablemente al estudiante para que aborde los contenidos de una forma positiva y verifique que sus conceptos en cuanto a las matemáticas no son los adecuados para aprender a tratar con ella; por lo tanto, deben ser transformados.

Por otra parte, Yavuz Mumcu y Cansiz Aktas (2015) señalan que las actitudes de los alumnos hacia las matemáticas están íntimamente relacionadas con habilidades y capacidades que estos tengan para resolver problemas de los temas vistos en clase y, por ende, con el rendimiento académico de los mismos; por esta razón, se debe determinar cuáles son estas debilidades e incapacidades y planificar cómo eliminarlas. Los profesores de matemáticas deben utilizar diferentes métodos, actividades o proyectos y diferentes técnicas de enseñanza en sus clases y las actividades de enseñanza deben abordar las debilidades de los alumnos.

Avcı, Keene, McClaren y Vasu (2015) mencionan que las actitudes de los alumnos hacia las clases de matemáticas mejoran cuando se hace uso de las herramientas tecnológicas; además, mejoran sus creencias, confianza y sentimientos hacia ella y generan cambios positivos en el aspecto cognitivo. La tecnología también ofrece oportunidades únicas para los estudiantes para crear y comunicar su conocimiento.

Montero, Pedroza, Astiz y Vilanova (2015) consideran que el primer paso que deben dar los docentes para poder llevar a cabo modificaciones en la práctica pedagógica, y así tomar decisiones que influyan positivamente en los procesos de aprendizaje de los alumnos, es conocer las actitudes de estos en el tema de la asignatura en particular y en la formación matemática en general. Los autores anteriores también mencionan que uno de los objetivos prioritarios en la enseñanza de las matemáticas debiera ser elevar la apreciación afectiva de los estudiantes mediante propuestas metodológicas, de tal manera que ellos puedan establecer la significatividad de los contenidos y así promover los cambios curriculares y las estrategias pedagógicas necesarias, con la finalidad de favorecer una actitud positiva, de modo que lleguen a

disfrutar el trabajo en clases, aumenten la confianza y presenten seguridad en la aplicación de los conocimientos y puedan reconocer claramente la utilidad de los contenidos, puesto que la importancia que los estudiantes les asignen a los contenidos dependen en gran manera de la valoración que hagan de ellos para su futuro desarrollo profesional.

Estrada Roca y Díez Palomar (2011) resaltan la importancia del dominio afectivo al enfrentarse a un problema matemático; este viene a ser un mediador y juega un papel importante desde que el estudiante lee la actividad y trata de entender el problema para comenzar a resolverlo; mencionan, además, que la actitud con la que se presente el problema puede determinar de manera significativa el resultado al que finalmente se llega y si se es capaz o no de encontrar solución.

López, Castro y Molina (2013) estudiaron acerca de la relación entre las actitudes que tienen los estudiantes hacia las matemáticas y el uso de la tecnología que se emplea en su enseñanza. Mencionan que, al trabajar temas de matemáticas con el apoyo de la tecnología, aumenta notablemente su motivación hacia el aprendizaje de las matemáticas, registrándose, además, un cambio positivo en las actitudes hacia esta materia. Al hacer uso de la tecnología en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas, existe una tendencia positiva hacia ellas; por eso, razón se considera importante la implementación de herramientas tecnológicas como un recurso didáctico en las clases, tomando como referencias las correlaciones positivas ente las actitudes hacia las matemáticas y el uso de la tecnología.

Medición de la actitud hacia las matemáticas

Diversos estudios han presentado la relación que se da entre las actitudes que

los estudiantes tienen en su proceso de aprendizaje y el rendimiento académico que estos presentan. Las medidas de las actitudes hacia las matemáticas adquieren hoy un gran valor dentro del dominio afectivo matemático; por lo tanto, es esencial contar con un instrumento confiable para medir dichas actitudes.

Palacios, Arias y Arias (2014) llevaron a cabo la validación de un instrumento para medir las actitudes hacia las matemáticas, a partir de una muestra de 4807 alumnos de todos los niveles, a excepción del nivel universitario; la edad media de los estudiantes fue de 14 años, aunque esta tuvo un rango de 11 a 23 años. Dicho instrumento consta de 32 ítems que se responden con una métrica de tipo Likert de cinco puntos, tomando valores de 0 a 4. En la estructura, el instrumento consta de cuatro factores, que son percepción de la incompetencia matemática, gusto por las matemáticas, percepción de utilidad y autoconcepto matemático. Este instrumento ha sido validado mediante dos submuestras y presenta evidencia de validez y confiabilidad.

Por otra parte, Petriz, Barona, López y Quiroz (2010) miden la actitud hacia las matemáticas de 124 estudiantes, en un rango de edad de 18 a 28 años, con un promedio de 20.3 años, mediante un instrumento diseñado por Elena Auzmendi, el cual consta de 25 ítems en formato tipo Likert, tomando valores del 1 al 5 y está integrado por cinco dimensiones: ansiedad, agrado, utilidad, motivación y confianza. La confiabilidad del instrumento fue verificada y, mediante él, buscaron una relación entre la actitud y el nivel de desempeño.

Álvarez y Ruiz Soler (2010) emplearon para medir las actitudes hacia las matemáticas, un instrumento cuya escala está fundamentada en la construida por Auzmendi, misma que fue utilizada por Petriz et al. (2010); sin embargo, Álvarez y Ruiz

Soler tomaron 15 de los 25 ítems y agregaron al instrumento 27 ítems más, dando un total de 42, total que corresponde a la primera versión de su instrumento, y que, tras un revisión y cambios pertinentes de acuerdo con expertos, se redujo a un número de 34 ítems, con los que llevaron a cabo un pilotaje para su validación con un grupo de 205 estudiantes; tras la aplicación de la prueba piloto, el instrumento se redujo a 20 ítems. Los resultados de la prueba piloto dieron validez y confiabilidad al instrumento. Lo denominaron Escala de Actitudes hacia las Matemáticas de Estudiantes Universitarios.

Ursini, Sánchez y Orendain (2004) elaboraron y validaron un instrumento que permite obtener información acerca de las actitudes de los estudiantes hacia las matemáticas y las matemáticas enseñadas con computadora. La escala lleva por nombre Actitudes hacia las Matemáticas y las Matemáticas Enseñadas con Computadora (AMMEC). En su primera versión, la escala era de tipo Likert y consistía en 41 reactivos que se dividían en cinco subescalas: actitudes hacia las matemáticas, actitudes hacia las matemáticas enseñadas con computadora, autoevaluación de habilidades, comportamiento en clases y, por último, gusto por el trabajo individual y en equipo. Tras una revisión la versión final quedó con un total de 29 reactivos, divididos en tres subescalas: gusto por las matemáticas, gusto por las matemáticas enseñadas con computadora y autoconfianza al trabajar en matemáticas. AMMEC ha servido para conocer el impacto en las actitudes de los estudiantes que aprenden matemáticas mediante la tecnología.

Gómez (2012) midió las actitudes de los estudiantes hacia las matemáticas mediante una escala Likert de 34 ítems, donde en cada uno se tienen las opciones *totalmente de acuerdo, de acuerdo, no sabe o no puede responder, en desacuerdo* y

totalmente en desacuerdo. La escala permite evaluar los aspectos afectivos, cognitivos, conductuales y valorativos del estudiante; los ítems se presentan tanto negativos (de 1 a 5) como positivos (de 5 a 1), por lo cual un mayor puntaje en la escala implica una actitud más positiva; el rango de la actitud varía desde 34 hasta 170 puntos.

La tecnología en la enseñanza de la geometría

La geometría es una parte importante de la cultura del hombre. No es fácil encontrar contextos en que la geometría no aparezca de forma directa o indirecta. Actividades tan variadas como el deporte, la arquitectura, la pintura o la jardinería se sirven de la utilización, consciente o no, de procedimientos geométricos. Sin embargo, la enseñanza de la geometría ha cambiado con el paso del tiempo, y esta debe responder a las exigencias que se presentan en la sociedad y, sobre todo, despertar el interés por el estudio de ella; el uso de la tecnología en la enseñanza se convierte hoy en día en una herramienta fundamental en el proceso de enseñanza aprendizaje.

Hoy en día son muchas las ciencias que aprovechan los avances tecnológicos que son fruto de la aplicación de otras ciencias colindantes. Pero prácticamente todas aprovechan los avances de la computación. También la geometría puede beneficiarse en gran medida de los avances computacionales habidos en los últimos años.

Para Mendoza Contreras (2014), los ambientes de aprendizaje enriquecidos por la tecnología son argumentos para propiciar un cambio que lleve a mejorar la forma de enseñar geometría, pues la enseñanza tradicional en esta asignatura ha sido rebasada por las necesidades actuales.

Según Prieto y Torregrosa (2010), la incorporación de las tecnologías a la enseñanza de la geometría permite motivar la presentación de los problemas geométricos, explorar personal y detenidamente los problemas, llevar a los alumnos a construir sus propios aprendizajes. Señalan, además, que con el uso de la tecnología en el aula no se pretende dejar de usar las herramientas de lápiz y papel al trabajar en geometría, sino que se trata de aprovechar la tecnología para facilitar muchas actividades de carácter geométrico; mencionan sobre lo que implica enseñar geometría. Entre otras cuestiones, destacan diseñar y seleccionar problemas adecuados a las necesidades de aprendizaje de los alumnos. Consideran que el estudio de la geometría debe desarrollar las capacidades de visualización y razonamiento en los alumnos mientras resuelven problemas apoyados en construcciones geométricas.

Por otra parte, Giandini y Salerno (2009) mencionan que, dentro de las ventajas que trae el hacer uso de la tecnología en los procesos de enseñanza-aprendizaje, destacan la posibilidad de manejar de forma dinámica los objetos matemáticos en múltiples registros de representación y de una manera interactiva, que al trabajar con las herramientas tradicionales como el lápiz y papel serían difíciles de lograr y comprender.

Para Zembat (2008), la tecnología en la enseñanza de la geometría llega a ser una herramienta muy valiosa para el docente, pues permite una mayor comprensión en los temas de parte de los alumnos. La complejidad de estos depende en gran medida de los recursos didácticos que el docente utiliza en el proceso de enseñanza-aprendizaje. En ocasiones, el alumno solo dibuja figuras geométricas, sin comprender los teoremas fundamentales; en este contexto debe considerarse la tecnología

como una herramienta de trabajo y no considerar como absolutas y únicas las herramientas tradicionales de lápiz y papel.

Durante los últimos años, las herramientas informáticas se están usando en la enseñanza de todas las áreas de las matemáticas en los diferentes niveles educativos. En particular, una agenda de investigación muy activa es la dedicada a la enseñanza de la geometría con la ayuda del software de geometría dinámica. Gutiérrez (2005) menciona que la principal ventaja del software sobre los materiales didácticos tradicionales (tanto estáticos como dinámicos) es la facilidad y rapidez con que los estudiantes pueden transformar las construcciones hechas en la pantalla, realizar mediciones y disponer de un gran número de ejemplos tan variados como pretendan. Esto brinda a los estudiantes la posibilidad de manipular los problemas asignados, de tal manera que les permitan plantear y verificar conjeturas o encontrar propiedades matemáticas no evidentes con las que puede abordar la resolución del problema.

Díaz Abahonza (2014) menciona que las herramientas tecnológicas ayudan a desarrollar habilidades funcionales como el manejo de equipos ofimáticos, así como habilidades cognitivas que ayudan a adquirir un aprendizaje significativo, el cual puede ser aplicable en las áreas en las que se desempeñen; además, se puede optimizar el tiempo, ya que contribuyen a desarrollar actitudes positivas hacia las matemáticas y se llega a valorar la importancia de la geometría en el desarrollo de las matemáticas.

La enseñanza de la geometría con el uso de software de geometría dinámica puede traer beneficios a los procesos de aprendizaje, empleándose de una manera responsable, planeada y bien dirigida por el docente, puede generar una actitud reflexiva, analítica y una actitud positiva por el aprendizaje de la geometría.

Investigaciones de software de geometría dinámica

La geometría es una de las ciencias más antiguas. Si bien se les atribuye a los egipcios el comienzo de esta, fueron los griegos quienes comenzaron con un estudio de la geometría de manera formal. Hoy muchas investigaciones se han hecho acerca de la didáctica de la geometría atendiendo las necesidades actuales y buscando que esta retome la importancia que merece dentro de las ciencias de las matemáticas. Se han estudiado estrategias, herramientas que favorezcan el proceso de enseñanza aprendizaje, factores que influyen sobre el aprendizaje de la geometría, entre otros. A continuación, se analizan algunos resultados de investigaciones que se han llevado a cabo en cuanto a la enseñanza de la geometría con ayuda de software educativo.

Bhagat y Chang (2015), en una investigación realizada en la India, incorporaron el uso del software GeoGebra en el aprendizaje de una lección de geometría. En la investigación cuasi-experimental seleccionaron a 50 alumnos para dividirlos en dos grupos, uno experimental y otro de control. El grupo experimental recibió las instrucciones y las enseñanzas con el uso de GeoGebra, mientras que en el grupo de control la enseñanza se desarrolló con los métodos tradicionales. Se les asignó una prueba a ambos grupos antes de las instrucciones y una prueba después de ellas. El tema visto por los estudiantes se basó en los ángulos inscritos y centrales en una circunferencia. Los resultados obtenidos mostraron que el grupo experimental alcanzó una mayor puntuación que el grupo control. También se observó que hubo una mejora en el razonamiento y visualización de los estudiantes. Se evidenció que GeoGebra es una herramienta eficaz en el proceso educativo de los estudiantes y se puede ver

como un suplemento para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Los maestros pueden y deben ser motivados para integrar los programas de TIC en las clases. El uso racional de la tecnología puede llevar a alcanzar los objetivos de la educación.

Briseño Miranda y Guzmán Hernández (2015) realizaron un estudio de tipo cualitativo, basado en la teoría de representaciones y en la visualización de objetos matemáticos con ayuda tecnológica. Las actividades implementadas fueron diseñadas o adaptadas de otros estudios, de forma que los alumnos requirieran para su análisis formulación y resolución, descubrimiento de invariantes, tareas de construcción, establecimiento de conjeturas, así como descripción y explicación de los objetos matemáticos visualizados, considerando los ambientes papel y lápiz y tecnológico. En la investigación, se consideraron los siguientes puntos para el diseño de las actividades:

1. Nivel académico. El propósito fue diseñar o adaptar tareas significativas, accesibles e interesantes y que no resultaran triviales ni imposibles de resolver.

2. Uso de la herramienta tecnológica. Se buscó que las actividades pudieran ser llevadas a cabo en el ambiente tecnológico, con el fin de que el alumno, utilizando Software de Geometría Dinámica (SGD) y mediante sus herramientas propias del software, visualizara los objetos matemáticos en estudio.

3. Contenidos matemáticos. Cada actividad se relacionó con los contenidos temáticos abordados en cursos previos de geometría euclidiana. Los estudiantes primeramente realizaron las pruebas sin ayuda de la tecnología; después corroboraron sus resultados con la ayuda de ella.

Los resultados obtenidos muestran que, al trabajar en ambiente de papel y lápiz, la mayoría de los alumnos visualizan las figuras de acuerdo con su percepción, sin hacer uso de las propiedades o descomposición de la figura en partes más simples. Además, aunque las representaciones deberían comunicar ideas de manera inequívoca, los alumnos interpretaron que no necesariamente coincidían con las propiedades y características de la figura. Al hacer uso de la tecnología, el total de los equipos notó que la representación gráfica en ambiente de papel y lápiz no cumplía con las características y propiedades que debería presentar la figura, lo cual provocó una inadecuada visualización de esta representación.

El uso del SGD permitió a los estudiantes conjeturar propiedades del objeto geométrico surgidas de la representación dinámica. Esta interacción entre el alumno y el software favoreció el paso de lo concreto a lo abstracto. Al hacer uso del SGD, los alumnos notaron que sus conjeturas propuestas en el ambiente de papel y lápiz eran erróneas y con ayuda del software hallaron la región que cumplía con la condición del problema. Los resultados muestran que la herramienta tecnológica potencia la visualización de representaciones geométricas, pero el papel y lápiz como herramientas de trabajo se vuelven necesarios para conjeturar conceptos abstractos surgidos de tales representaciones.

Barrios, Muñoz y Zetién (2013) presentan una investigación cualitativa, unas veces con carácter exploratorio y descriptivo y otras con carácter interpretativo; en tal investigación pretenden mostrar los desempeños y actitudes de los estudiantes en los ámbitos del pensar, sentir y actuar en relación con la capacidad cognitiva de la visualización utilizada en la solución de problemas geométricos. Seleccionan dos estudiantes a los cuales les manifestaron el propósito de la investigación, para después

realizar una capacitación en el uso de Cabri Geometry. En una siguiente etapa, brindaron a los estudiantes la pruebas para resolver y, posteriormente, los estudiantes se enfrentaron a la solución del mismo problema, pero esta vez utilizando el Software. Dicha investigación les proporcionó los siguientes resultados:

1. El software dinámico Cabri Geometry permite al estudiante visualizar la figura geométrica tal como es, permitiéndole así la apropiación significativa del concepto matemático.

2. La tecnología, y específicamente el software dinámico, capacita a los estudiantes para visualizar la geometría de manera activa, tal como ellos generan sus propias imágenes mentales.

3. La naturaleza dinámica del software dinámico permite desarrollar la capacidad de visualización matemática con la figura en cualquier posición y el vínculo dinámico entre las partes de la figura facilita la formulación y comprobación de conceptos.

Este estudio permitió identificar y analizar el efecto de la visualización en el proceso del aprendizaje de la geometría y de qué manera el uso de la herramienta tecnológica influye en el desarrollo del proceso cognitivo de la visualización.

Andreoli, Beltrametti y Rodríguez Verardini (2009) buscaron dar respuesta a algunos interrogantes con relación a las serias dificultades que se perciben en los estudiantes para el logro de la apropiación de los conceptos básicos del álgebra lineal. El estudio se centró en la exploración de los procesos mentales asociados a la utilización del entorno geométrico Cabri, para la iniciación de los estudiantes en el aprendizaje de esta rama de la matemática, en comparación con el habitual acercamiento algebraico centrado en la construcción de los conceptos de vector, combinación,

dependencia, independencia y transformaciones lineales. Asimismo, intentaron caracterizar al menos una vía de acceso que asegurara la transición del modo de pensamiento sintético-geométrico al modo analítico-aritmético y analítico-estructural de los estudiantes.

El tipo de trabajo que realizaron para el desarrollo de sus proyectos de investigación se encuadra en un estudio mixto descriptivo-explicativo, basado en la observación y recolección de datos; en algunos casos, a través del análisis historiográfico, y en otros, del análisis de contenido. El enfoque predominante es el cualitativo hermenéutico-interpretativo, combinado en ciertos casos con métodos cuantitativos. Los instrumentos empíricos fueron aplicados a alumnos que cursan la asignatura de álgebra y geometría analítica.

Los resultados obtenidos en una prueba realizada al concluir el curso de álgebra y geometría analítica mostraron que menos de la mitad de los alumnos eran capaz de responder correctamente los cuestionamientos relacionados con la temática de esta investigación. Solo un 11% respondió correctamente. Observaron que los alumnos privilegiaron el uso de las definiciones y lo más probable es que lo hicieron sin otorgar sentido a sus acciones.

Posteriormente, se formó una comisión de seis estudiantes ingresantes a los que se les brindó una breve capacitación en el manejo del software Cabri, centrada exclusivamente en el tema a tratar. Se llevó a cabo, entonces, con cada uno de ellos, una entrevista semiestructurada que fue grabada en audio. De los seis alumnos, solo uno no logró ejecutar ni argumentar nada valioso; los demás lograron vincular los contenidos, tener una mayor comprensión de ellos y formular sus propios conocimientos y conclusiones, partiendo de la experiencia que tuvieron con el software Cabri.

Los alumnos mostraron una evolución que puede observarse en las expresiones que van desde lo verbal hasta alcanzar un nivel avanzado de generalización y formalismo y presentaron una actitud positiva hacia el aprendizaje.

Tamayo (2013) presenta una investigación de carácter cualitativo cuyo propósito fue la evaluación del GeoGebra para determinar implicaciones didácticas relacionadas con el uso de este tipo de recurso educativo en la enseñanza y el aprendizaje. En la implementación de dicho trabajo, se encontraron algunas dificultades, como por ejemplo, las actividades fueron repetitivas, lo cual generó indiferencia y aburrimiento de parte de los alumnos. El grupo que recibió el taller del uso del software era grande y el docente no pudo atender las necesidades de todos los alumnos; sin embargo, en las fortalezas que se encontraron que estaba el uso de GeoGebra permite y motiva las interacciones entre estudiantes, despierta el interés para trabajar en clases, promueve el trabajo colaborativo, ayuda a generar un conflicto cognitivo que lleva al alumno a la reflexión para generar su propio conocimiento y que los estudiantes pueden explorar funciones complejas de manera interactiva con eficiencia y precisión.

Villamizar Araque, Rincón Leal y Vergel Ortega (2018) presentan un estudio con un enfoque cualitativo, realizado con docentes de matemáticas de nivel bachillerato y profesional, en el cual el objetivo principal es analizar la influencia del uso de la tecnología mediante secuencias didácticas enfocadas en la solución de problemas aplicados. Los docentes participaron en un taller donde resolvieron problemas de máximos y mínimos de manera analítica (uso del papel y lápiz) y dinámica (uso del software GeoGebra).

Después de realizar las secuencias didácticas propuestas, los docentes llegaron a la conclusión de que usar tecnología digital por sí sola no contribuye al aprendizaje y comprensión de los conceptos matemáticos. Para alcanzar estos objetivos es necesario desarrollar estrategias que guíen a los estudiantes a tales objetivos. Una de las ventajas que observaron fue que el uso de la herramienta tecnológica permite interactuar con los objetos construidos, a diferencia del trabajo realizado con papel y lápiz. Consideraron, además, que el uso de la tecnología llega a ser un factor motivante, que puede emplearse al iniciar el planteamiento de un problema, presentando el contexto necesario para que, a partir de ahí, los alumnos puedan explorar el significado de los conceptos matemáticos. Uno de los obstáculos observado por los docentes radica en el tiempo que se debe invertir para familiarizarse y manejar correctamente el software; esto exige que la planificación curricular sea modificada o buscar espacios adecuados para la capacitación.

CAPÍTULO III

MÉTODOS Y PROCEDIMIENTOS

Diseño de la investigación

Esta investigación fue de tipo cuantitativo, con un alcance descriptivo y correlacional, puesto que se describe el comportamiento de las variables tanto en el pre-test como en el posttest, y se relaciona la actitud hacia las matemáticas con el uso de geometría dinámica. Presentó un diseño pre-experimental, ya que se analizó un grupo de tratamiento sin seleccionar a los sujetos aleatoriamente y se valoró el aprendizaje y la actitud hacia las matemáticas del estudiante antes de utilizar las herramientas tecnológicas en su proceso de aprendizaje y, posteriormente, esos mismos sujetos fueron valorados en su aprendizaje y actitud después del tratamiento. En la Tabla 1 se puede ver gráficamente el diseño. “Y1” indica la medición de conocimiento previo sobre la parábola. “Y2” indica la medición del conocimiento del tema después de desarrollar actividades con GeoGebra (X). “A1” y “A2” indican las mediciones de actitud hacia las matemáticas antes y después del uso de GeoGebra.

Tabla 1

Diseño pre-experimental

Conocimiento previo		Conocimiento posterior
Y1		Y2
	X	
A1		A2

Población

La población de esta investigación estuvo formada por alumnos del segundo curso del Colegio del Pacífico de la ciudad de Navojoa, Sonora, del semestre enero-mayo del 2017, siendo un total de 57 estudiantes de los grupos A y B.

El tratamiento

El tema para abordar con el uso de GeoGebra es acerca de los elementos y ecuaciones de la parábola, que corresponde al bloque VI de Matemáticas III de los programas de estudio de bachillerato general.

Antes de realizar las actividades propias del tema, se llevó a cabo una capacitación del uso de GeoGebra, con la finalidad de que, durante el desarrollo de las actividades en clases, los alumnos se sintieran seguros en cuanto al manejo del programa y así ejecutaran las actividades de forma eficaz. La capacitación duró tres sesiones en horario extra-clase, con una duración de una hora cada sesión. Las sesiones se programaron días antes de abordar el tema. Durante las sesiones se les asignaron ejercicios, con la finalidad de que los estudiantes se familiarizaran con el programa y se llevara a cabo una retroalimentación de conceptos que se emplearan en las actividades.

Actividades con el uso de GeoGebra

A continuación, se describen las actividades que se realizaron como tratamiento en la investigación.

Actividad 1. En esta actividad se pretende reforzar el concepto de parábola como lugar geométrico e identificar sus elementos a través de la exploración y manipulación del software de geometría dinámica. Previamente, se solicita al alumno que

realice una investigación acerca del concepto de parábola, y las aplicaciones prácticas que esta tiene.

Según Lehmann (2008), una parábola es

el lugar geométrico de un punto que se mueve en un plano, de tal manera que su distancia de una recta fija, situada en el plano, es siempre igual a su distancia de un punto fijo del plano y que no pertenece a la recta. (p. 149)

A partir de esta premisa, se desarrolla esta primera actividad. El alumno realizó los siguientes pasos proporcionados por el docente: (a) ubicar un punto F en el plano y trazar una recta L a cualquier distancia del punto F, y sobre ella colocar un punto A; (b) trazar una recta perpendicular a L y que pase por el punto A; (c) trazar el segmento AF, posteriormente su mediatriz; (d) encontrar la intersección entre la recta perpendicular y la mediatriz, y nombrarlo C (ver Figura 1); (e) ocultar la recta de la mediatriz y la perpendicular; (f) activar el rastro de C y desplazar el punto A sobre la recta L (ver Figura 2); y (g) guardar la ventana de trabajo.

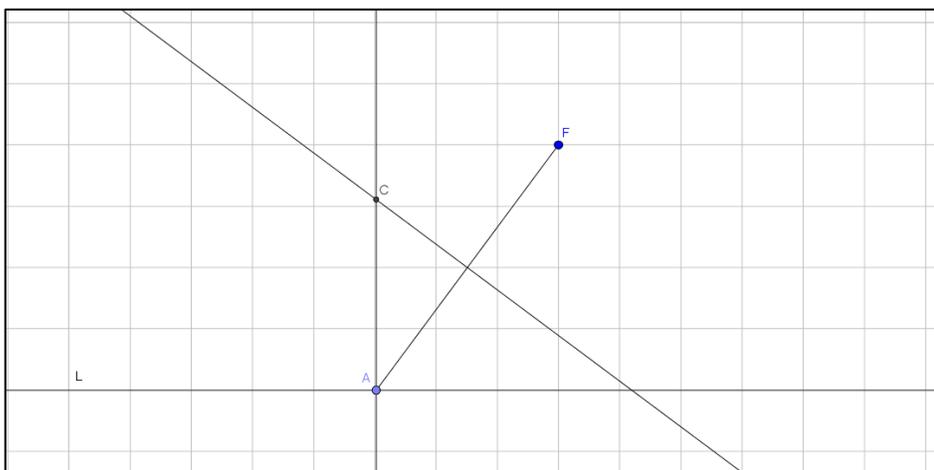


Figura 1. Intersección (punto C) entre la mediatriz del segmento AF y la recta perpendicular a la recta L.

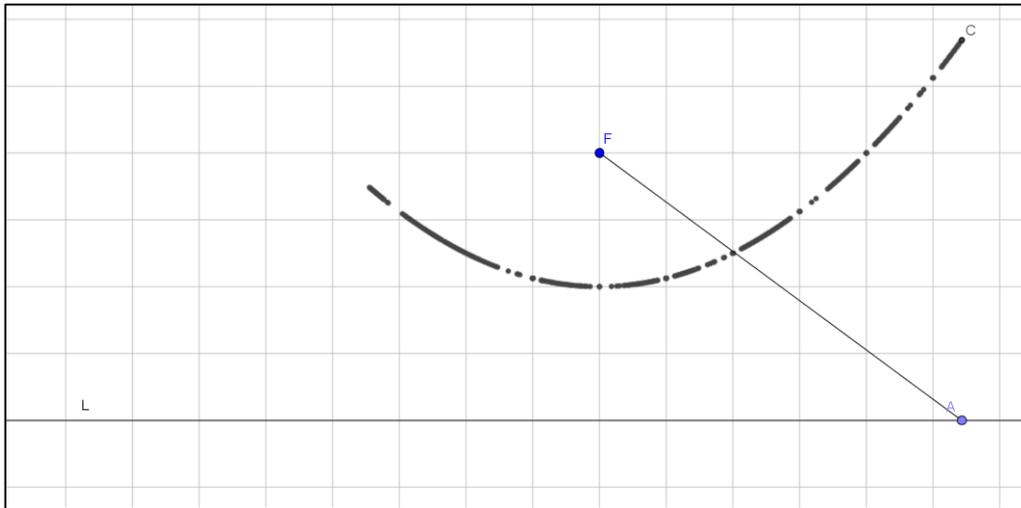


Figura 2. Rastro del punto C, al desplazar el punto A sobre la recta L.

Una vez realizado cada uno de los pasos, el alumno respondió los siguientes cuestionamientos: ¿Cuál es la medida del segmento AC y CF? ¿Cómo son entre sí estos segmentos? ¿Cumple con la definición de parábola descrita por Lehmann? ¿Cómo cambian los segmentos AC y CF?

Actividad 2. En esta actividad se buscó que el alumno definiera cada uno de los elementos de la parábola, a partir de las características que observó al hacer uso de GeoGebra. Pasos a realizar en la Actividad 2: (a) buscar y abrir el archivo guardado de la Actividad 1; (b) partiendo de los trazos ya realizados, seleccionar el botón de parábola a partir del punto F y la recta L y trazar la parábola, manipular la posición tanto de la recta como del punto F y observar lo ocurrido (ver Figura 3).

Realizados estos dos pasos, se identificó a F como foco de la parábola y a L como directriz, siendo estos los dos primeros elementos que el estudiante tuvo que definir, de acuerdo con las características que observó. Posteriormente, continuó con

los siguientes pasos: (a) trazar un segmento que mida la distancia entre el foco (F) y la directriz (D) y encontrar la intersección del segmento con la parábola y nombrarlo V (vértice) y dar la definición de Vértice; (b) trazar el segmento VF, nombrarlo P y calcular su medida; compararlo con la distancia de V a la directriz, desplazar el foco (F) y observar qué sucede con el segmento P y la distancia del vértice a la directriz. ¿Sucederá así en todas las parábolas o habrá alguna donde no se cumpla esta característica? (ver Figura 4). Anotar conclusiones e identificar el valor de P a partir de la distancia entre el foco y la directriz.

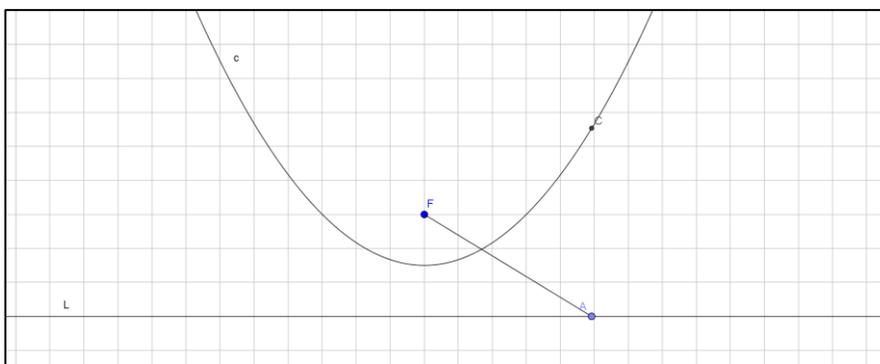


Figura 3. Construcción de la parábola a partir de icono de GeoGebra.

Continuando con la actividad 2, el alumno realizará los siguientes procedimientos: (a) trazar una recta paralela a la directriz y que además pase por el foco y encontrar los puntos de intersección entre ella y la parábola; llamar a cada intersección R1 y R2, respectivamente. Posteriormente, ocultar la paralela a la directriz; y (b) medir el segmento que une los puntos R1 y R2 y llamarlo Lado recto (LR) (ver Figura 5).

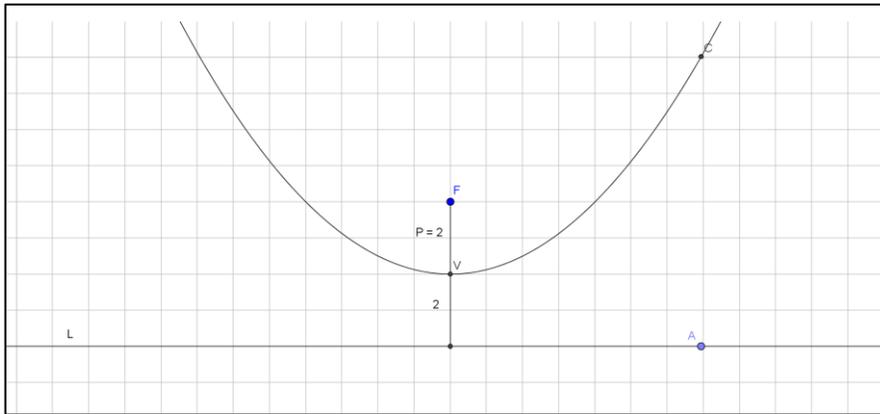


Figura 4. Comparación entre la distancia Foco-Vértice y Vértice-Directriz.

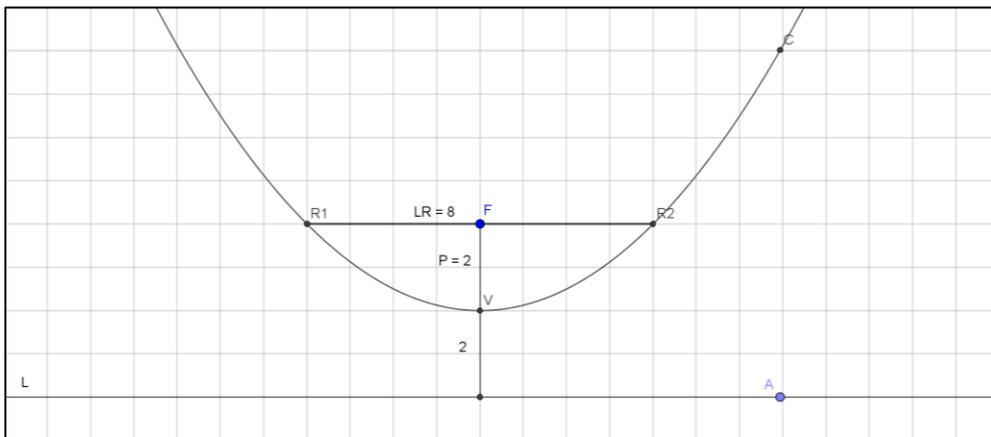


Figura 5. Trazo del lado recto de la parábola.

Una vez realizados los pasos anteriores, el alumno escribió la definición de lado recto y describió la relación entre el lado recto (LR) y la distancia del vértice al foco (segmento P).

Concluida esta actividad, el alumno ubicó y señaló cada uno de los elementos de la parábola, para ser realizada en GeoGebra. Después, se le asignó la siguiente actividad: Construye las siguientes parábolas a partir de los elementos dados. Las

coordenadas de los extremos del lado recto son $R1(2,1)$ y $R2(-2,1)$; Foco $(5/2, 0)$, directriz $(x = 4)$ y directriz $(y = 7/2)$. De esta manera, se buscó abordar el concepto de la parábola y de sus elementos.

Actividad 3. De acuerdo con los conocimientos previos, acerca de la construcción de una parábola a través de GeoGebra, y la identificación de sus elementos, el alumno realizó lo siguiente: (a) construir una parábola vertical con centro en el origen tal y como se muestra en la Figura 6 y (b) cambiar el color de la gráfica para identificarla de acuerdo con su ecuación.

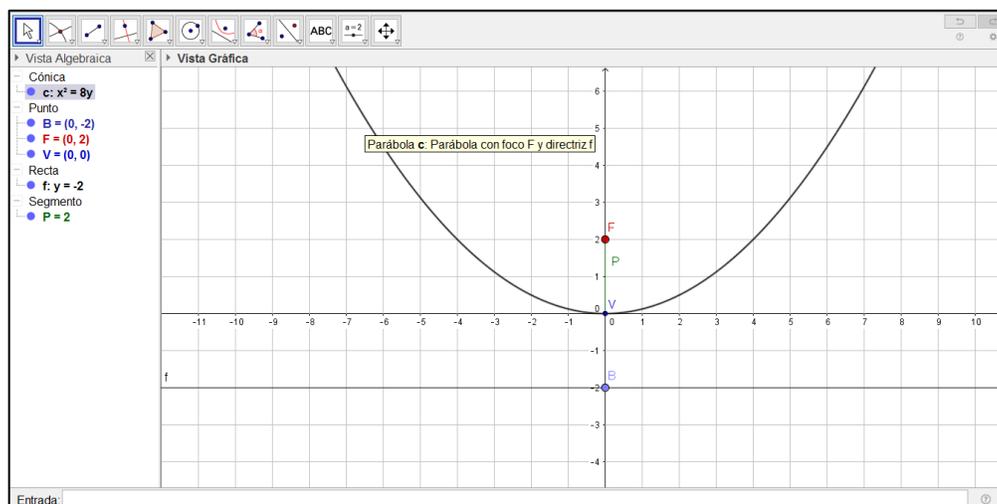


Figura 6. Gráfica de la parábola vertical con centro en el origen y su ecuación.

Una vez realizado lo anterior, el alumno analizó la gráfica y su ecuación, respondiendo las siguientes preguntas: ¿Qué relación existe entre el valor del coeficiente de “y” y el valor de “P” (distancia del vértice al foco)? ¿Cómo crees que el coeficiente afecta a la gráfica?

En las conclusiones, el docente presentó a los alumnos una ecuación ($x^2 = 4py$), como la ecuación ordinaria de la parábola vertical, con vértice en el origen. El alumno verificó su respuesta anterior con el siguiente procedimiento: (a) abrir una ventana nueva y agregar un deslizador de nombre “a” y colocarle un valor mínimo de -10 y máximo de 10 (ver Figura 7); (b) ingresar la ecuación ordinaria de la parábola con vértice en el origen, reemplazando el coeficiente “4p” por “a” (ver Figura 7) y (c) interactuar con el deslizador y observar lo ocurrido.

Posteriormente, el alumno respondió las siguientes preguntas: (a) ¿qué sucede si el coeficiente a es positivo?, (b) ¿qué sucede si el coeficiente a es negativo?, (c) ¿qué sucede si el coeficiente a es cero? y (d) ¿qué le ocurre a la gráfica si el coeficiente a continúa incrementando o disminuyendo?

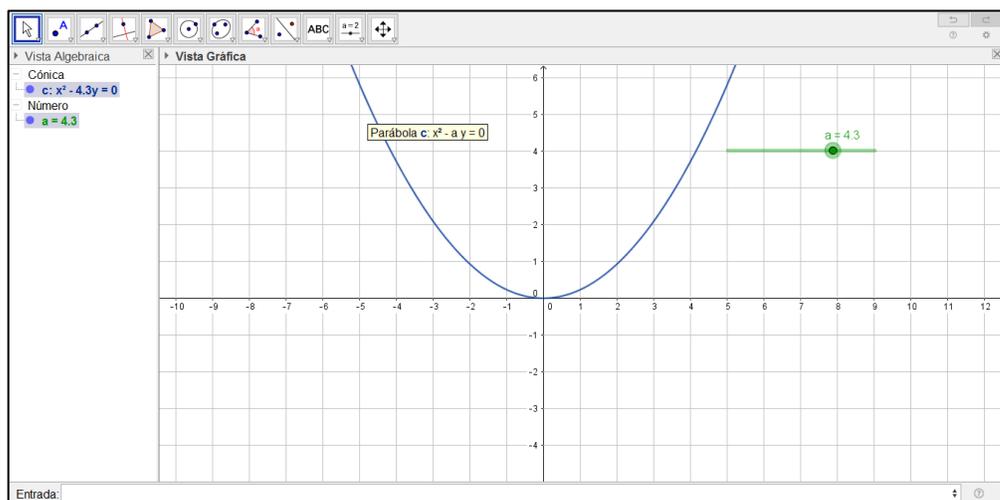


Figura 7. Deslizador “a”, ecuación ordinaria de una parábola con vértice en el origen y su gráfica.

Una vez respondidas las preguntas anteriores, se proporcionaron al estudiante ecuaciones de parábolas verticales con vértice en el origen, esperando que, aun sin graficarlas, se pueda predecir si estas abren hacia arriba o hacia abajo. Posteriormente, graficará las ecuaciones y encontrará sus elementos.

Actividad 4. En esta actividad se desarrolló algo similar a la actividad tr3, con la variante de que ahora la parábola sería horizontal y en las conclusiones el docente presentó la forma de la ecuación ordinaria de la parábola horizontal con vértice en el origen ($y^2 = 4px$).

Actividad 5. Con esta actividad se buscó que el alumno, a través de GeoGebra, pudiera manipular las ecuaciones de las parábolas con vértice en el origen, restando o sumando valores a las variables y observando el comportamiento de las gráficas, logrando visualizar que los valores añadidos a las variables correspondieran a las coordenadas del vértice de la parábola. De esta forma se buscó abordar el subtema de ecuación ordinaria de parábolas verticales y horizontales con vértice fuera del origen. El procedimiento que se realizó fue el siguiente:

Reescribir la ecuación ($x^2 = 4py$), restándole un valor h a la variable x antes de elevarla al cuadrado, sustituyendo $4p$ por a y restando un valor k a la variable y , resultando otra ecuación $(x - h)^2 = (a)(y - k)$.

El programa automáticamente solicita crear deslizadores para las variables a , h y k . Aceptar la creación de los deslizadores.

Cambiar las propiedades de los deslizadores, asignándoles valores mínimos de -10 y máximos de 10 y un incremento de 1. Modificar el color de cada deslizador.

Insertar un texto, en el cual se escribe la ecuación ingresada en el primer paso, con la consigna de que, al colocar las variables a , h y k , se seleccionan los puntos correspondientes en la vista algebraica en lugar de escribir la letra; esto creará una relación entre el texto y los valores de cada variable mencionada.

Se cierra la vista algebraica y se modifican las propiedades del color y tipo de letra del texto para una mejor claridad.

Los pasos realizados en esta actividad pueden apreciarse en la Figura 8.

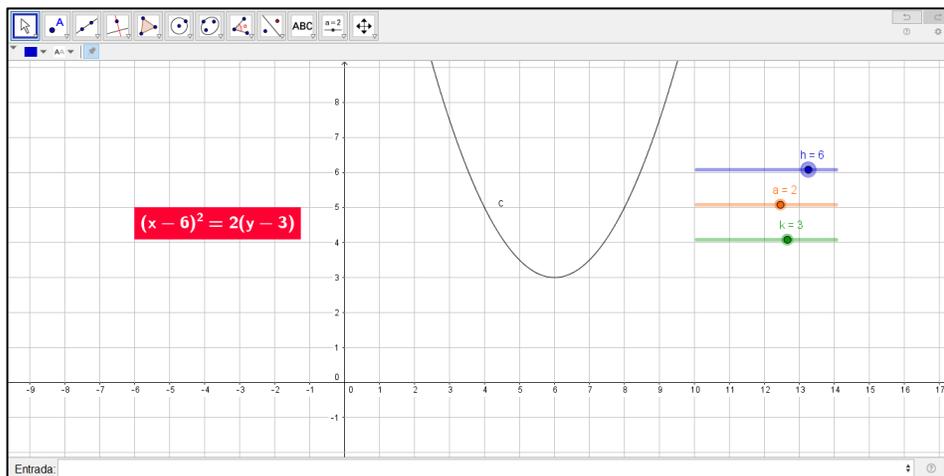


Figura 8. Vista final de los pasos realizados en la actividad 4.

Una vez realizado lo anterior, el alumno movió los botones de los deslizadores y observó lo que ocurre con la gráfica; posteriormente, respondió las siguientes preguntas: ¿qué sucede con la gráfica si el valor de a es cero?, ¿qué sucede con la gráfica si el valor de h es cero? y si h es un número cualquiera positivo, ¿qué ocurre con la gráfica al cambiar los valores de h ?, ¿qué sucede con la gráfica si el valor de k es

cero? y si k es un número cualquiera positivo, ¿qué ocurre con la gráfica al cambiar los valores de h ? Los valores h y k , ¿a qué elemento de la parábola corresponden?

Una vez dadas las conclusiones por el docente, se les proporcionaron a los alumnos ecuaciones ordinarias de la parábola con vértice fuera del origen, para que sin graficar pudieran predecir los elementos de la parábola y realizar un bosquejo. Posteriormente, graficaron en GeoGebra las ecuaciones para corroborar sus resultados.

Actividad 6. En la actividad 6 se pretendió que se repitiera la actividad 5, pero ahora usando otra ecuación ($y^2 = 4px$), para que el alumno visualizara tanto parábolas verticales como horizontales con vértice fuera del origen, de tal manera que, al observar una ecuación, supiera que se trataba de una parábola horizontal o vertical y fuera capaz de identificar algunos elementos sin graficarla.

Operacionalización de las variables

A continuación, se describen las variables de este estudio desde el punto de vista conceptual, instrumental y operacional.

Actitud hacia las matemáticas

Definición conceptual. La actitud hacia las matemáticas es una predisposición del alumno para responder de manera favorable o desfavorable ante una situación determinada que ha sido valorada y juzgada. Esta predisposición es influenciada por los aspectos cognitivos, afectivos y conductuales.

Definición instrumental. Para medir la actitud de los alumnos hacia las matemáticas, se utilizó la Escala Medición Actitud hacia las Matemática, que evalúa los

aspectos afectivos, cognitivos, conductuales y valorativos, adaptada y utilizada por Gómez (2012). Esta es una escala validada por el método de los grupos extremos y por el método de correlación ítem test. Es una escala Likert de 34 ítems, donde el alumno debe indicar por cada ítem el grado de identificación, marcando una de las cinco opciones: (a) *totalmente de acuerdo (TA)*, (b) *de acuerdo (A)*, (c) *no sabe o no puede responder, indiferente (I)*, (d) *en desacuerdo (D)* y (e) *totalmente en desacuerdo (TD)*. La escala evalúa los aspectos afectivos, cognitivos, conductuales y valorativos del sujeto. En el Apéndice A se puede observar la clasificación de los ítems de acuerdo con estos aspectos.

Definición operacional. En la escala, los ítems se pueden clasificar en positivos y negativos, como se presentan en la Tabla 2.

Los ítems positivos se valoran de 5 a 1, en donde el 5 significa *totalmente de acuerdo* y el 1 *totalmente en desacuerdo*. Los ítems negativos se valoran de 1 a 5, donde el 1 significa *totalmente de acuerdo* y el 5 *totalmente en desacuerdo*.

Al sumar las puntuaciones de las respuestas de todos los ítems, se genera una puntuación global que determina la actitud del sujeto hacia las matemáticas, sea esta favorable o desfavorable. El rango de actitud puede variar desde 34 hasta 170 puntos. Una puntuación global alta implica una actitud más positiva.

Tabla 2

Clasificación de ítems

Ítems positivos	Ítems negativos
1, 4, 6, 8, 9, 11, 12, 14, 17,18, 20, 22, 25, 26, 28, 30 y 33	3, 5, 7, 10, 13, 15, 16, 19, 21, 23, 24, 27, 29, 31, 32 y 34

Rendimiento académico

Para medir el rendimiento académico, se utilizó un examen de conocimiento acerca de la parábola como lugar geométrico, el cual estaba formado por cuatro secciones (ver Apéndice E). En general, el rendimiento académico se midió en una escala de 0 a 37. La primera sección contenía una pregunta abierta acerca del concepto de la parábola con un valor mínimo de 0 y máximo de 2. La segunda sección consistió en identificar correctamente los elementos de la parábola (vértice, directriz, foco, lado recto y eje de la parábola) en el esquema proporcionado. El valor de cada elemento ubicado correctamente fue de 1. La escala en esta sección fue de 0 a 5.

En la tercera sección, se proporcionaron dos ecuaciones de la parábola y a partir de ellas se trazaron sus gráficas. Posteriormente, se indicó ubicar la coordenada del vértice, la longitud del lado recto, el valor de P , la coordenada del foco y la ecuación de la directriz. La escala en esta sección fue de 0 a 20.

En la cuarta y última sección, se proporcionó el siguiente problema: la iglesia de Santa María en Bethania presenta en su fachada un arco parabólico; si este se coloca en un sistema de ejes coordenados en donde su punto más alto (vértice) se sitúa en el origen y los dos puntos del arco que tocan el piso se localizan en $-8, -16$ y $8, -16$; responder a las siguientes preguntas: (a) ¿cuál es la ecuación de dicho arco parabólico?, (b) ¿qué altura alcanza el arco respecto del suelo?, (c) ¿cuánto mide su base?, (d) ¿a qué altura respecto de la base se encuentra el foco de la parábola? Y (e) ¿cuáles serían las coordenadas de los extremos del lado recto? Este problema podía ser resuelto utilizando GeoGebra; la escala en esta sección fue de 0 a 10.

CAPÍTULO IV

PRESENTACIÓN DE RESULTADOS

Introducción

El objetivo principal de esta investigación es conocer el efecto del uso de geometría dinámica en el aprendizaje y en la actitud hacia las matemáticas. En los capítulos anteriores se presentó el planteamiento del problema y el sustento teórico de la problemática de estudio. Este capítulo presenta los resultados del análisis de los datos recopilados. En la primera parte se presenta una descripción de la muestra; posteriormente, se hace mención sobre la validación de la escala de actitud; enseguida se describen las variables estudiadas y, finalmente, se dan los resultados de la prueba de hipótesis.

Descripción de la muestra

En esta sección se describen las características de los sujetos que participaron en el estudio. Los datos demográficos que se preguntaron fueron los siguientes: edad, género y grupo escolar. De los 57 estudiantes de preparatoria de segundo semestre del Colegio del Pacífico de la ciudad de Navojoa, Sonora, del ciclo 2016-2017, se obtuvo una muestra conformada por 26 estudiantes, de los cuales 11 (42.3%) pertenecían al grupo A y 15 (57.7%) al grupo B. De los 26 alumnos que formaron parte de este estudio, participaron 9 hombres (34.6%) y 17 mujeres (65.4%) de entre 15 y 16 años, con una media de 15.5 años. Cabe señalar que la muestra de estudio

no fue seleccionada de forma probabilística, sino que se llevó a cabo una convocatoria abierta para participar en el taller propuesto para el aprendizaje de la parábola a través del uso de GeoGebra.

Confiabilidad del instrumento

En esta sección se presenta el análisis de confiabilidad de los instrumentos empleados para medir el conocimiento de la parábola, y la actitud hacia las matemáticas tanto del pretest como del postest. El análisis de confiabilidad se realizó utilizando el alfa de Cronbach. En el instrumento para medir el conocimiento de la parábola, se obtuvo un alfa de Cronbach de .611 en el pre test y .707 en el post test. En la escala de actitud, se obtuvo un alfa de Cronbach de .929 en el pretest y .883 en postest. Estos valores obtenidos están dentro del margen aceptable.

Se analizó, además, la consistencia interna de cada subescala de la variable actitud hacia las matemáticas. En la subescala aspecto afectivo, se encontró en el pretest un alfa de Cronbach de .873, mientras que en el post test fue de .788. En la subescala de aspecto cognitivo, los valores que se obtuvieron del alfa de Cronbach fueron de .571 y .333, para el pretest y el postest, respectivamente. En la subescala aspecto conductual, se obtuvo un alfa de Cronbach de .743 en el pretest y de .647 en el postest. Por último, se analizó la subescala aspecto valorativo, en la cual se obtuvo un alfa de Cronbach de .778 en el pretest y de .646 en el postest.

Comportamiento de las variables

En la descripción del comportamiento de las variables, se debe considerar que tanto la variable “conocimiento de la parábola” como “actitud hacia las matemáticas” se midieron en dos momentos (pretest y postest).

Conocimiento de la parábola

La variable conocimiento de la parábola se midió en una escala de 0 a 37; en el pretest, obtuvo una media de 2.07, con una desviación estándar de 1.89, mientras que en el postest se obtuvo una media de 17.42, con una desviación estándar de 5.03 (ver Tabla 3). El coeficiente de asimetría en el pretest fue de 0.835, mientras que en el postest de -0.195; el valor de la curtosis fue de -0.614 para el pretest y de -0.546 en el postest; estos valores están en el rango de una distribución normal.

En el pretest, el puntaje mínimo registrado fue de 0 puntos y el máximo de 6 puntos, mientras que en el postest, el puntaje mínimo registrado fue de 6 puntos y el máximo de 25 puntos. El puntaje máximo registrado en el pretest fue el mínimo registrado en el postest; esto muestra evidencia de incremento de la variable conocimiento de la parábola (ver Figura 9).

Tabla 3

Comportamiento de la variable conocimiento de la parábola, pretest y postest

	<i>M</i>	Error estándar de la media	<i>DE</i>	Asimetría	curtosis
Pretest	2.08	.372	1.896	.835	-.614
Postest	17.42	.988	5.037	-.195	-.546

Al comparar cada ítem del pretest y del postest, se encontró que en el pretest el ítem 2 “ubicación del vértice” es el de mayor promedio entre los estudiantes, con una media de 0.58 ($DE = 0.504$). Se registraron, además, ítems en los cuales la media fue de cero puntos (ítems 7 a 17, 20 y 21), lo cual indica que, entre todos los estudiantes, ninguno contestó correctamente esos ítems, o bien, no respondieron.

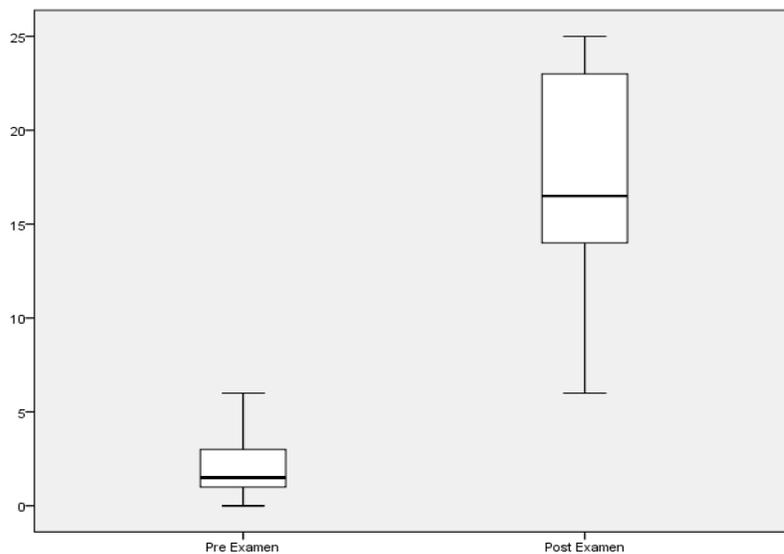


Figura 9. Diagrama de caja y bigotes de la variable conocimiento de la parábola del pretest y postest.

En el postest, los ítems dos, ubicación del vértice y cuatro, ubicación del foco, fueron los ítems donde no hubo error; es decir, fueron contestados correctamente por todos los alumnos, teniendo una media de 1.00; cabe señalar que los ítems del 2 al 6 fueron evaluados en una escala de 0 y 1, mientras que el resto tuvo una escala del 0 al 2.

Los ítems con mayor promedio después del 2 y del 4 fueron el 7, coordenada del vértice 1 y 8, longitud del lado recto 1, con una media de 1.92 y con una desviación estándar de .392, en ambos casos. El único ítem con una media igual a 0 fue el ítem 20, altura del foco respecto a la base. La comparación del resto de los ítems en cuanto a su media y desviación estándar puede observarse en la Tabla 4.

Actitud hacia las matemáticas

La variable actitud hacia las matemáticas se midió en una escala del 34 al 170. Se obtuvo una media de 105.81 (52.8% de la escala) y una desviación estándar

de 20.94 en el pretest, mientras que en el postest la media fue de 117.62 (61.4% de la escala), con una desviación estándar de 17.19. El valor mínimo registrado en el pretest fue de 78 y el máximo de 145, mientras que en el postest fue de 80 y 159, respectivamente; esto muestra un incremento en la variable (ver Figura 10).

Tabla 4

Descriptivo de los ítems de la variable conocimientos de la parábola

Reactivo	Pretest		Postest	
	<i>M</i>	<i>DE</i>	<i>M</i>	<i>DE</i>
1. Concepto matemático de parábola	0.04	0.196	0.58	0.703
2. Ubicación del vértice	0.58	0.504	1.00	0.000
3. Ubicación de la directriz	0.27	0.452	0.92	0.272
4. Ubicación del foco	0.38	0.496	1.00	0.000
5. Ubicación del lado recto	0.27	0.452	0.81	0.402
6. Ubicación del eje de la parábola	0.38	0.496	0.73	0.452
7. Coordenada del vértice 1	0.00	0.000	1.92	0.392
8. Longitud del lado recto 1	0.00	0.000	1.92	0.392
9. Valor de p 1	0.00	0.000	1.88	0.431
10. Coordenada del foco 1	0.00	0.000	1.54	0.859
11. Ecuación de la directriz 1	0.00	0.000	0.85	1.008
12. Coordenada del vértice 2	0.00	0.000	1.15	1.008
13. Longitud del lado recto 2	0.00	0.000	0.88	0.993
14. Valor de p 2	0.00	0.000	0.92	1.017
15. Coordenada del foco 2	0.00	0.000	0.50	0.860
16. Ecuación de la directriz 2	0.00	0.000	0.19	0.567
17. Ecuación del arco parabólico	0.00	0.000	0.12	0.431
18. Altura que alcanza el arco respecto al suelo	0.08	0.392	0.15	0.543
19. Medida de la base	0.08	0.392	0.27	0.667
20. Altura del foco respecto a la base	0.00	0.000	0.00	0.000
21. Coordenadas de los extremos del lado recto	0.00	0.000	0.08	0.272

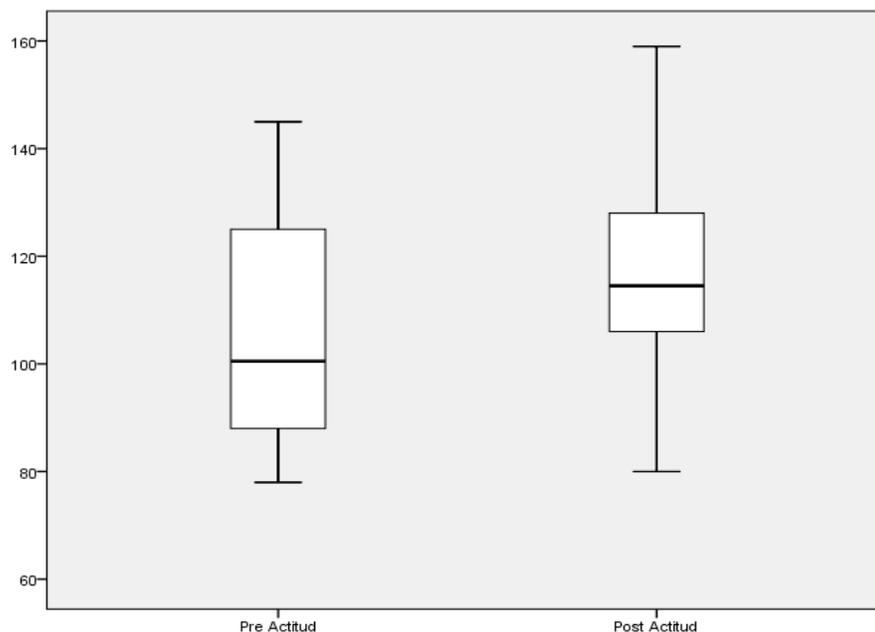


Figura 10. Diagrama de caja y bigotes de la variable actitud hacia las matemáticas, pretest y postest.

Se analizaron los cuatro componentes de la variable actitud hacia las matemáticas en el pretest y el postest: afectivo, valorativo, conductual y cognitivo. Se comparó cada componente del pretest y del postest. Se puede observar en la Tabla 5 que, en cada caso, hubo un incremento en su media; el componente cognitivo fue el que presentó un mayor crecimiento; sin embargo, tanto en el pretest como en el postest, el componente con el mayor porcentaje fue el componente valorativo. En el apéndice A se presentan los gráficos, comparando cada componente entre el pretest y el postest.

Prueba de hipótesis

En esta sección se presentan los resultados de la prueba de hipótesis de este estudio. La prueba que se llevó a cabo se hizo con base en los resultados obtenidos de los 26 estudiantes que conforman la muestra y se procedió a observar si el uso de

la geometría dinámica produce un efecto positivo en el aprendizaje y la actitud hacia las matemáticas.

H₀₁: El uso de la geometría dinámica no produce un efecto positivo en el aprendizaje de la geometría.

Tabla 5

Comportamiento de los componentes de la variable actitud en el pretest y el postest

		<i>M</i>	<i>DE</i>	%
Afectivo	Pre Actitud	42.88	10.191	46.46
	Post Actitud	48.19	8.895	55.32
Cognitivo	Pre Actitud	15.92	3.123	54.60
	Post Actitud	18.38	2.699	66.90
Conductual	Pre Actitud	26.69	5.424	58.41
	Post Actitud	28.96	4.359	65.50
Valorativo	Pre Actitud	20.31	4.873	79.50
	Post Actitud	22.08	4.069	88.89

Nota: el porcentaje se refiere a la ubicación de la media en una escala de 0 a 100.

Se rechaza la hipótesis nula, ya que el nivel de significación de la prueba *t* de Student para muestras pareadas fue menor a .05 ($t_{(25)} = 16.361$, $p = .000$). Esto indica que el uso de la geometría dinámica (GeoGebra) tiene un efecto positivo en el aprendizaje de la geometría en el tema de la parábola (ver apéndice B). El tamaño del efecto según la *d* de Cohen fue muy importante ($d = 4.031$).

H₀₂: El uso de la geometría dinámica no produce un efecto positivo en la actitud hacia las matemáticas.

La hipótesis nula se rechaza, ya que el nivel de significación de la prueba *t* de Student para muestras pareadas fue menor a .05 ($t_{(25)} = 3.599$, $p = .001$), indicando

que el uso de geometría dinámica tiene un efecto positivo sobre la actitud hacia las matemáticas (ver Apéndice B). El tamaño del efecto que se registró en la variable actitud, según la d de Cohen, fue de .616, lo cual ya se considera un efecto medianamente importante.

Otros análisis y resultados

En esta sección se presentan resultados de otros análisis en donde se relacionan las variables de estudio en el pretest y el postest con la variable grupo escolar y género.

Grupo escolar

Al analizar si había diferencias significativas entre los grupos A y B en cuanto al conocimiento de la parábola, se encontró que tanto en el pretest como en el postest no hubo diferencias significativas (ver Apéndice C); de forma similar, al comparar los grupos escolares en cuanto a su actitud hacia las matemáticas, no se hallaron diferencias significativas entre los grupos en el pretest y el postest. Esto representa que el grupo escolar al que pertenecen no fue un factor que influyera en el conocimiento de la parábola ni en la actitud.

Género

No se encontraron diferencias en cuanto al género en la variable conocimiento de la parábola en el pretest y el postest; en la variable actitud hacia las matemáticas tampoco se encontraron diferencias entre hombres y mujeres, tanto en el pretest como en el postest, lo cual indica que el género no fue un factor que influyera en el conocimiento de la parábola y en la actitud hacia las matemáticas.

CAPÍTULO V

RESUMEN, DISCUSIÓN, CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Introducción

En este capítulo se presenta un resumen de la investigación realizada, en la cual el objetivo principal fue determinar el efecto del uso de geometría dinámica en el aprendizaje y la actitud hacia las matemáticas de los estudiantes del segundo semestre de preparatoria. Se ha tomado para el estudio el tema de la parábola, el cual se aborda en el cuarto semestre, de acuerdo con la malla curricular de la institución; además, se ponen a discusión los resultados de esta y se expresan las conclusiones de la investigación, la cual tiene su planteamiento, sustento teórico y análisis de resultados en capítulos anteriores. Finalmente, se escriben algunas recomendaciones para las autoridades a las que competen los resultados de la investigación.

Resumen

La tecnología ha permeado las diferentes áreas de la sociedad; entre ellas, la educación. En el área de las matemáticas, brinda ayuda para visualizar los conceptos abstractos, permitiendo al alumno manipular los elementos de ciertas variables y analizar sus comportamientos. Los docentes pueden utilizar las herramientas tecnológicas para mejorar las oportunidades de aprendizaje y motivación de los alumnos. En este contexto surge la pregunta de investigación: ¿Cuál es el efecto del uso de

geometría dinámica en el aprendizaje y la actitud hacia las matemáticas de los estudiantes?

Los ambientes de aprendizaje enriquecidos por la tecnología son argumentos para propiciar un cambio que lleve a mejorar la forma de enseñar geometría, pues la enseñanza tradicional en esta asignatura ha sido rebasada por las necesidades actuales (Mendoza Contreras, 2014); además, Pietro y Torregrosa (2010) mencionan que la incorporación de las tecnologías a la enseñanza de la geometría permite motivar la presentación de los problemas geométricos, explorar personal y detenidamente los problemas y llevar a los alumnos a construir sus propios aprendizajes.

Por otro lado, Montero et al. (2015) consideran que el primer paso que deben dar los docentes para poder llevar a cabo modificaciones en la práctica pedagógica y así tomar decisiones que influyan positivamente en los procesos de aprendizaje de los alumnos es conocer las actitudes de estos en el tema de la asignatura en particular y en la formación matemática en general. Por su parte, Avci et al. (2015) mencionan que las actitudes de los alumnos hacia las clases de matemáticas mejoran cuando se hace uso de las herramientas en línea, además de mejorar sus creencias, confianza y sentimientos hacia ella y generar cambios positivos en el aspecto cognitivo.

López et al. (2013) estudiaron acerca de la relación entre las actitudes que tienen los estudiantes hacia las matemáticas y el uso de la tecnología que se emplea en su enseñanza. Mencionan que, al trabajar temas de matemáticas con el apoyo de la tecnología, aumenta notablemente la motivación de los estudiantes hacia el aprendizaje de las mismas, registrándose, además, un cambio positivo en las actitudes hacia esta materia.

Respecto de la metodología, la presente investigación fue cuantitativa, de tipo pre-experimental. Se usó un diseño de medidas repetidas, donde se valoró el conocimiento acerca de la parábola y la actitud hacia las matemáticas de los estudiantes de segundo semestre de bachillerato, antes y después de usar geometría dinámica, en el proceso de aprendizaje.

La población de estudio estuvo conformada por alumnos del segundo semestre de preparatoria del Colegio del Pacifico, de la que se obtuvo una muestra de 26 alumnos. Se elaboraron actividades de aprendizaje, las cuales el alumno llevaría a cabo utilizando el software educativo de GeoGebra.

Los instrumentos empleados para medir las variables de estudio fueron los siguientes: para medir actitud hacia las matemáticas, se utilizó la escala Actitud Hacia las Matemáticas, elaborada por Gómez (2012), que evalúa los aspectos cognitivos, afectivos, conductuales y valorativos. El instrumento consta de 34 ítems, valorados en una escala Likert. Para la variable rendimiento académico, se elaboró un examen de conocimiento sobre la parábola, el cual midió el conocimiento en una escala de 0 a 30 puntos; se contempla la ubicación de los elementos de la parábola, identificación de los elementos a partir de una ecuación dada y un problema de aplicación.

Se encontró, a través de las pruebas de hipótesis, que el uso de la geometría dinámica produce un efecto positivo, tanto en el aprendizaje de los alumnos como en sus actitudes hacia las matemáticas, al usar geometría dinámica (GeoGebra) en su proceso de aprendizaje; en ambos casos, las diferencias entre el pretest y el postest fueron significativas al aplicar pruebas t de Student para muestras pareadas, y el tamaño del efecto producido fue importante, según la d de Cohen.

Discusión

Los resultados de la presente investigación indican que el uso de geometría dinámica tiene un efecto positivo en el aprendizaje de la geometría y en las actitudes hacia las matemáticas en alumnos de segundo semestre de preparatoria del Colegio del Pacífico. Estos resultados concuerdan con los obtenidos por Bhagat y Chang (2014), quienes llevaron a cabo un estudio con 50 estudiantes divididos en dos grupos, control y experimental, quienes recibieron la enseñanza de forma tradicional (papel y lápiz) y con el uso de GeoGebra, respectivamente; el tema que abordaron fue de ángulos inscritos y centrales en una circunferencia. Encontraron que el grupo experimental presentó una mayor puntuación, una mejora en el razonamiento y visualización de los problemas; estos resultados confirman lo mencionado por Díaz Abahonza (2014), quien considera que con el uso de software de geometría dinámica se pueden obtener beneficios en los procesos de aprendizaje de los alumnos, empleándose de una manera responsable, planeada y bien dirigida.

En el estudio realizado por Briseño Miranda y Guzmán Hernández (2015), el cual se basó en la teoría de representaciones y en la visualización de objetos matemáticos con la ayuda de la tecnología, los participantes primeramente realizaron las actividades en un ambiente de papel y lápiz y, posteriormente, en un ambiente tecnológico, haciendo uso de un software de geometría dinámica; los resultados obtenidos muestran que, al trabajar en ambiente de papel y lápiz, los alumnos, en su mayoría, visualizan las figuras de acuerdo con su percepción, sin hacer uso de las propiedades o descomposición de la figura en partes más simples. En este estudio se pudo observar que la mayoría de los alumnos lograron visualizar los elementos de la parábola, así como las propiedades de cada una de las parábolas presentadas en el

examen de conocimiento, concordando con Albujer Brotons y Caballero Campos (2011), quienes mencionan que el uso de la geometría dinámica favorece la asociación de la parte analítica y geométrica de una ecuación. Sin embargo, se encontró un aspecto en el cual los resultados de esta investigación difieren con lo encontrado en el estudio de Albujer Brotons y Caballero Campos; ellos encontraron que el uso de la geometría dinámica favorecía la resolución de problemas, cuando en esta investigación se observó que los alumnos no fueron capaces de resolver un problema de aplicación.

Para Domingo Coscollola y Marqués Graells (2011), el uso de la tecnología en las matemáticas ha contribuido para que los alumnos presten mayor atención a las clases de matemáticas, aumentando la participación y mayor comprensión. En los resultados de este estudio, se pudo observar una mejoría en la actitud hacia las matemáticas después de trabajar con el software educativo GeoGebra; esto puede deberse a que los estudiantes se sientan atraídos al trabajar con tecnología según lo mencionan Lee y Yuan (2010).

Por su parte, López et al. (2013), al estudiar la relación entre las actitudes hacia las matemáticas de los estudiantes y el uso de la tecnología en la enseñanza, encontraron que la motivación de los estudiantes hacia el aprendizaje de las matemáticas aumentaba significativamente, registrando así un cambio positivo en las actitudes hacia la materia.

Conclusiones

Con base a los resultados en esta investigación, realizada con el propósito de determinar el efecto que produce el usar geometría dinámica, en el aprendizaje y en las actitudes hacia las matemáticas, se dan las siguientes conclusiones de estudio:

1. Se encontró un efecto positivo y de gran tamaño del uso de geometría dinámica (GeoGebra) en el aprendizaje de los alumnos. Lo cual muestra que, a través de ella, los alumnos pueden aprender conceptos y propiedades de los lugares geométricos.

2. No se logró que los alumnos resolvieran de forma eficaz un problema de aplicación haciendo uso del GeoGebra. No se alcanzó un razonamiento profundo empleando el software. Las sesiones empleadas para el uso del software parecen no ser suficientes para el manejo adecuado del programa, ya que era la primera vez que los alumnos interactuaban con la geometría dinámica.

3. Se encontró una diferencia significativa entre la actitud hacia las matemáticas antes y después de usar GeoGebra en el proceso de aprendizaje. El crecimiento observado fue de un 52.8% a un 61.4%. Esto indica que el uso de geometría dinámica tiene un efecto positivo sobre la actitud hacia las matemáticas.

4. Cada uno de los componentes de la variable actitud hacia las matemáticas presentó diferencias significativas antes y después de usar geometría dinámica, lo cual indica que el uso de ella mejora los aspectos cognitivo, afectivo, valorativo y conductual de los estudiantes.

5. No se encontraron diferencias entre hombres y mujeres, tanto en el conocimiento de la parábola como en la actitud hacia las matemáticas.

6. El uso de la geometría dinámica puede beneficiar el aprendizaje de los estudiantes, ya que su uso mejora la actitud hacia las matemáticas, la cual puede influir positivamente en la comprensión de los contenidos de la asignatura. Su uso dentro del aula debiera ser contemplado por cada docente de matemáticas, empleando las herramientas a su alcance.

Recomendaciones

A partir de los resultados obtenidos, de la discusión y de las conclusiones de la presente investigación, se mencionan a continuación una serie de recomendaciones para futuras investigaciones y para las autoridades educativas del Colegio del Pacífico.

1. Replicar este estudio a una población más numerosa y por un periodo de tiempo mayor, para observar si el uso de la geometría dinámica presenta resultados similares a los encontrados en esta investigación, incluyendo a todos los semestres para identificar si existen diferencias entre los grupos.

2. Llevar a cabo un estudio similar del uso de la geometría dinámica, teniendo un grupo control y un grupo experimental, en el cual el grupo control realice las actividades en un ambiente de papel y lápiz y el grupo experimental haga uso de la geometría dinámica.

3. Motivar a los docentes de matemáticas para medir las actitudes de los alumnos hacia la asignatura al inicio de curso, para diseñar estrategias que mejoren la actitud a lo largo del curso.

4. Propiciar ambientes tecnológicos en las aulas donde los alumnos puedan hacer uso de las herramientas tecnológicas a su disposición, para la mejora del aprendizaje.

5. Capacitar a docentes en el manejo de software educativo que favorezca el aprendizaje y, posteriormente, diseñar talleres independientes a las asignaturas, en donde los estudiantes puedan conocer y manejar correctamente cada una de las herramientas tecnológicas disponibles.

APÉNDICE A

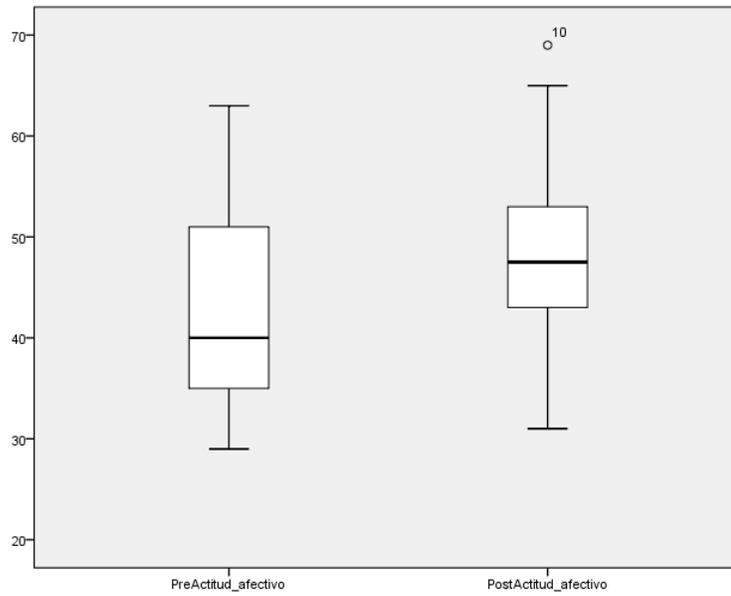
CLASIFICACIÓN DE LOS ÍTEMS

Ítems del aspecto afectivo
<p>1. Las matemáticas son amenas y estimulantes para mí. 4. Pienso que podría estudiar matemáticas más difíciles. 7. Aunque las estudie, las matemáticas me parecen muy difíciles. 9. Disfruté haciendo los problemas que me dejaban como tarea en las clases de matemáticas. 12. Los términos y símbolos usados en matemáticas nunca me resultan difíciles de comprender y manejar. 13. Me sentía tenso e incómodo en clase de matemáticas. 15. Sólo deberían estudiar matemáticas aquellos que la aplicarán en sus futuras ocupaciones. 17. Me siento seguro al trabajar con matemáticas. 21. Estudiar matemáticas es una pérdida de tiempo valioso. 23. Sólo en los exámenes de matemáticas me sentía físicamente indispuesto. 24. Prefiero estudiar cualquier otra cosa en lugar de matemáticas. 27. En la clase de matemáticas siempre espere que se acabara rápido. 28. Me gustaría usar las matemáticas en mi trabajo futuro. 31. Mi mente se pone en blanco y soy incapaz de pensar claramente cuando trabajo con matemáticas. 32. Sólo deberían enseñarse en matemáticas las cosas prácticas que utilizaremos cuando salgamos de la escuela.</p>
Ítems del aspecto cognitivo
<p>8. Si estudio puedo entender cualquier tema matemático. 10. Las matemáticas son una actividad muy aburrida. 11. Las matemáticas enseñan a pensar. 19. Si pudiera no estudiaría más matemáticas. 26. Me gusta resolver los ejercicios de matemáticas.</p>
Ítems del aspecto conductual
<p>3. Las matemáticas usualmente me hacen sentir incómodo(a) y nervioso(a). 5. Siempre dejé en último lugar las tareas de matemáticas porque no me gustan. 16. Las clases de matemáticas siempre me parecieron eternas. 20. Las matemáticas son útiles para mi desarrollo. 29. Ojalá nunca hubieran inventado las matemáticas. 30. Puedo entender cualquier tema de matemáticas si está bien explicado. 33. Las matemáticas son muy interesantes para mí. 34. Estudiar matemáticas no vale la pena.</p>
Ítems del aspecto valorativo
<p>2. Las matemáticas son valiosas y necesarias. 6. Las matemáticas me servirán para hacer estudios posteriores. 14. Los temas de matemáticas están entre mis temas favoritos. 18. No me molestaría en absoluto tomar más cursos de matemáticas. 22. Me gustaría seguir estudiando más temas de matemáticas. 25. Guardé mis apuntes de matemáticas porque probablemente me sirvan.</p>

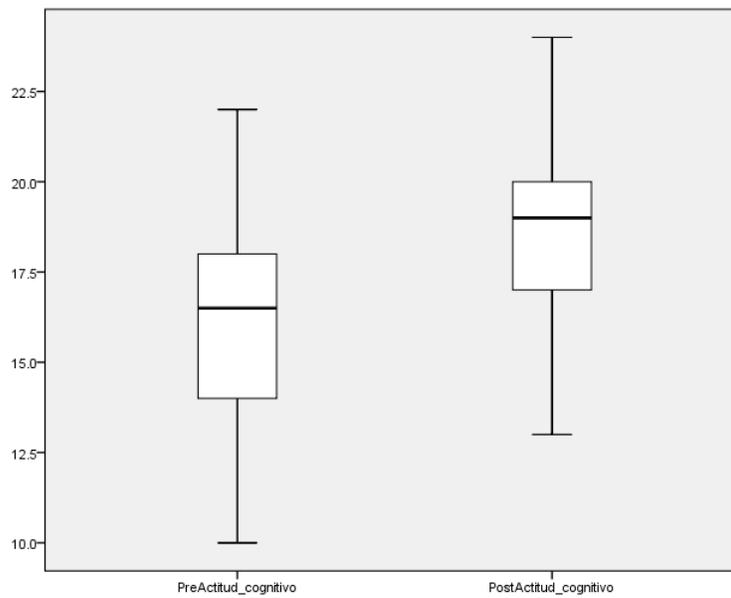
APÉNDICE B

GRÁFICOS DE LOS COMPONENTES DE LA VARIABLE ACTITUD HACIA LAS MATEMÁTICAS

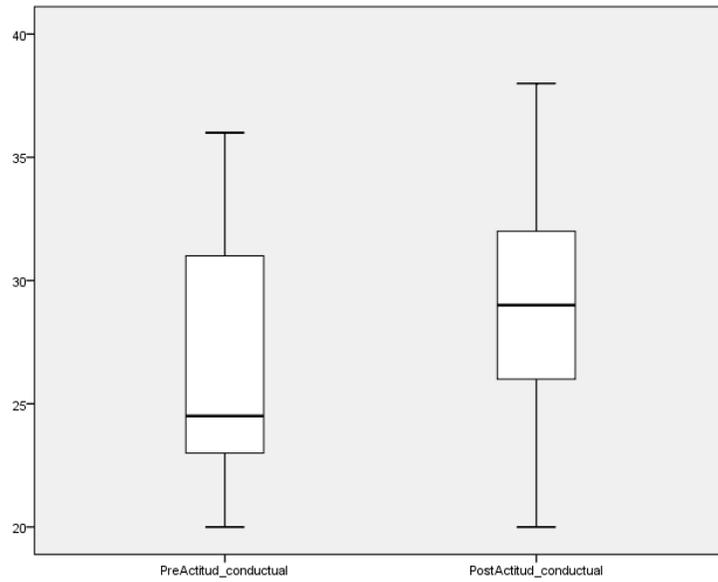
Componente afectivo



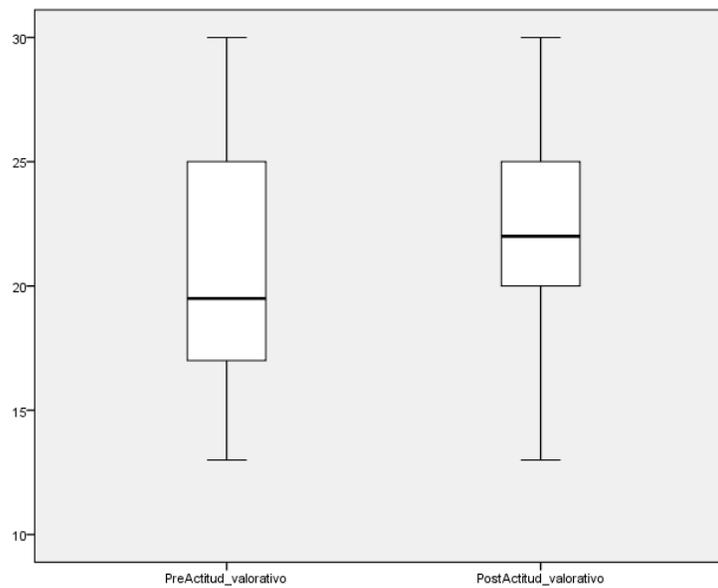
Componente cognitivo



Componente conductual



Componente valorativo



APÉNDICE C

PRUEBA DE HIPÓTESIS

Prueba de muestras emparejadas

	Diferencias emparejadas					t	gl	Sig. (bilateral)
	Media	Desviación estándar	Media de error estándar	95% de intervalo de confianza de la diferencia				
				Inferior	Superior			
Par 1 PreExamen - PostExamen	-15.346 15	4.78282	.93799	-17.27798	-13.41433	-16.361	25	.000

Prueba de muestras emparejadas

	Diferencias emparejadas					t	gl	Sig. (bilateral)
	Media	Desviación estándar	Media de error estándar	95% de intervalo de confianza de la diferencia				
				Inferior	Superior			
Par 1 PreActitud_Total - PostActitud_Total	-11.807 69	16.72846	3.28072	-18.56447	-5.05092	-3.599	25	.001

APÉNDICE D

RELACIÓN ENTRE EL GRUPO ESCOLAR Y EL
CONOCIMIENTO DE LA PARÁBOLA
Y ACTITUD HACIA LAS
MATEMÁTICAS

Estadísticas de grupo

	Grupo escolar	N	Media	Desviación estándar	Media de error estándar
PreExamen	Grupo A	11	1.2727	1.73729	.52381
	Grupo B	15	2.6667	1.83874	.47476
PreActitud_Total	Grupo A	11	108.2727	19.59128	5.90699
	Grupo B	15	104.0000	22.37026	5.77598

Prueba de muestras independientes

		Prueba de Levene de igualdad de varianzas		prueba t para la igualdad de medias				
		F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Diferencia de error estándar
		PreExamen	Se asumen varianzas iguales	1.369	.254	-1.954	24	.062
	No se asumen varianzas iguales			-1.972	22.387	.061	-1.39394	.70695
PreActitud_Total	Se asumen varianzas iguales	.149	.703	.506	24	.617	4.27273	8.43796
	No se asumen varianzas iguales			.517	23.149	.610	4.27273	8.26163

APÉNDICE E

RELACIÓN ENTRE EL GÉNERO Y EL CONOCIMIENTO
DE LA PARÁBOLA Y ACTITUD
HACIA LAS MATEMÁTICAS

Estadísticas de grupo

	Genero Género	N	Media	Desviación es- tándar	Media de error estándar
PreExamen	Masculino	9	1.7778	2.22361	.74120
	Femenino	17	2.2353	1.75105	.42469
PreActitud_Total	Masculino	9	105.2222	22.60408	7.53469
	Femenino	17	106.1176	20.71799	5.02485

Prueba de muestras independientes

		Prueba de Levene de igualdad de va- rianzas		prueba t para la igualdad de medias				
		F	Sig.	t	gl	Sig. (bila- teral)	Diferencia de medias	Diferencia de error estándar
PreExa- men	Se asumen va- rianzas iguales	.467	.501	-.578	24	.569	-.45752	.79211
	No se asumen varianzas igua- les			-.536	13.393	.601	-.45752	.85425
PreActi- tud_Total	Se asumen va- rianzas iguales	.083	.776	-.102	24	.920	-.89542	8.80740
	No se asumen varianzas igua- les			-.099	15.196	.923	-.89542	9.05653

APÉNDICE F

INSTRUMENTOS DE MEDICIÓN

EXAMEN DIAGNÓSTICO DE GEOMETRÍA ANALÍTICA

PARÁBOLA

NOMBRE: _____ GRADO: _____

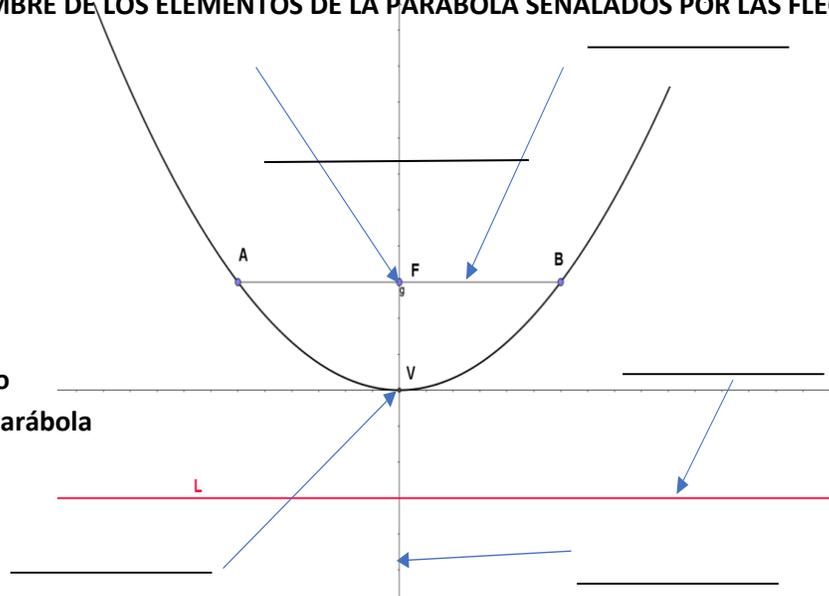
FECHA: _____ GRUPO: _____ EDAD: _____ GENERO: _____

I. ESCRIBE EL CONCEPTO MATEMÁTICO DE PARÁBOLA.

II. COLOCA EL NOMBRE DE LOS ELEMENTOS DE LA PARÁBOLA SEÑALADOS POR LAS FLECHAS.

Elementos:

- Vértice
- Directriz
- Foco
- Lado recto
- Eje de la parábola



III: Traza la gráfica de cada parábola y completa la siguiente tabla a partir de la ecuación de la dada.

Parábola	Coordenada del Vértice	Longitud del Lado recto	Valor de P	Coordenada del Foco	Ecuación de la directriz
$y^2 = -20x$					
$(x + 4)^2 = 16(y + 3)$					

IV. La iglesia de Santa María en Bethania presenta en su fachada un arco parabólico, si este se coloca en un sistema de ejes coordenados en donde su punto más alto (vértice) se sitúa en el origen y los dos puntos del arco que tocan el piso se localizan en $(-8,-16)$ y $(8,-16)$:

- a) ¿Cuál es la ecuación de dicho arco parabólico?
- b) ¿Qué altura alcanza el arco respecto al suelo?
- c) ¿Cuánto mide su base?
- d) ¿A qué altura respecto a la base, se encuentra el foco de la parábola?
- e) ¿Cuáles serían las coordenadas de los extremos del lado recto?



**ESCALA DE MEDICIÓN
ACTITUD HACIA LAS MATEMÁTICAS**

NOMBRE: _____ GRADO: _____ GRUPO: _____

EDAD: _____ GÉNERO: _____ ESCUELA: _____

INSTRUCCIONES

El siguiente cuestionario tiene reserva estadística, no hay respuestas correctas ni incorrectas, sólo deseamos saber si estás de acuerdo o en desacuerdo con cada una de las siguientes afirmaciones. Por ejemplo, ante la afirmación:

Me gustan las matemáticas

Indicarás tu opinión encerrando en un círculo solo una de las siguientes alternativas.

TA A I D TD

Estas alternativas significan:

TA = Totalmente de Acuerdo

A = De Acuerdo

I = No sabe o no puede responder, indiferente

D = En Desacuerdo

TD = Totalmente en Desacuerdo

No tome mucho tiempo en ninguna de las afirmaciones, **más bien asegúrese de responder a cada una de ellas.** Trabaje con cuidado. Recuerde que no hay respuestas correctas o incorrectas, lo que interesa es su opinión. Deje que su experiencia lo guíe para marcar su verdadera opinión.

1	Las matemáticas son amenas y estimulantes para mí.	TA	A	I	D	TD
2	Las matemáticas son valiosas y necesarias.	TA	A	I	D	TD
3	Las matemáticas usualmente me hacen sentir incómodo(a) y nervioso(a).	TA	A	I	D	TD
4	Pienso que podría estudiar matemáticas más difíciles.	TA	A	I	D	TD
5	Siempre deje en último lugar las tareas de matemáticas porque no me gustan.	TA	A	I	D	TD
6	Las matemáticas me servirán para hacer estudios posteriores.	TA	A	I	D	TD
7	Aunque las estudie, las matemáticas me parecen muy difíciles.	TA	A	I	D	TD
8	Si estudio puedo entender cualquier tema matemático.	TA	A	I	D	TD
9	Disfruto haciendo los problemas que me dejan como tarea en las clases de matemáticas.	TA	A	I	D	TD
10	Las matemáticas son una actividad muy aburrida.	TA	A	I	D	TD
11	Las matemáticas enseñan a pensar.	TA	A	I	D	TD
12	Los términos y símbolos usados en matemáticas nunca me resultan difíciles de comprender y manejar.	TA	A	I	D	TD
13	Me sentía tenso e incómodo en clase de matemáticas.	TA	A	I	D	TD

14	Los temas de matemáticas están entre mis temas favoritos.	TA	A	I	D	TD
15	Sólo deberían estudiar matemáticas aquellos que la aplicarán en sus futuras ocupaciones.	TA	A	I	D	TD
16	Las clases de matemáticas siempre me parecieron eternas.	TA	A	I	D	TD
17	Me siento seguro al trabajar con matemáticas.	TA	A	I	D	TD
18	No me molestaría en absoluto tomar más cursos de matemáticas.	TA	A	I	D	TD
19	Si pudiera no estudiaría más matemáticas.	TA	A	I	D	TD
20	Las matemáticas son útiles para mi desarrollo.	TA	A	I	D	TD
21	Estudiar matemáticas es una pérdida de tiempo valioso.	TA	A	I	D	TD
22	Me gustaría seguir estudiando más temas de matemáticas.	TA	A	I	D	TD
23	Sólo en los exámenes de matemáticas me sentía físicamente indispuesto.	TA	A	I	D	TD
24	Prefiero estudiar cualquier otra cosa en lugar de matemáticas	TA	A	I	D	TD
25	Guardé mis apuntes de matemáticas porque probablemente me sirvan.	TA	A	I	D	TD
26	Me gusta resolver los ejercicios de matemáticas.	TA	A	I	D	TD
27	En la clase de matemáticas siempre espere que se acabara rápido.	TA	A	I	D	TD
28	Me gustaría usar las matemáticas en mi trabajo futuro.	TA	A	I	D	TD
29	Ojalá nunca hubieran inventado las matemáticas.	TA	A	I	D	TD
30	Puedo entender cualquier tema de matemáticas si está bien explicado.	TA	A	I	D	TD
31	Mi mente se pone en blanco y soy incapaz de pensar claramente cuando trabajo con matemáticas.	TA	A	I	D	TD
32	Sólo deberían enseñarse en matemáticas las cosas prácticas que utilizaremos cuando salgamos de la escuela.	TA	A	I	D	TD
33	Las matemáticas son muy interesantes para mí.	TA	A	I	D	TD
34	Estudiar matemáticas no vale la pena.	TA	A	I	D	TD

REFERENCIAS

- Albujer Brotons, A. L. y Caballero Campos, M. (2011). *Geometría y tecnología*. Ponencia presentada en IX Jornades de Xarxes d'Investigació en Docència Universitària: Disseny de bones pràctiques docents en el context actual. Universidad de Alicante, Alicante, España.
- Álvarez, Y. y Ruiz Soler M. (2010). Actitudes hacia las matemáticas en estudiantes de ingeniería en universidades autónomas venezolanas. *Revista de Pedagogía*, 31(89), 225-249.
- Andreoli, D. I., Beltrametti, M. C. y Rodríguez Verardini, C. J. (2009). Construir un puente al álgebra lineal en el entorno Cabri. *Premisa*, 11(43), 21-32.
- Asunda, P. A. (2010). Manual arts to technology education: Are we ripe for infusing aspects of a green technology into career and technical education constituent subjects? *Career and Technical Education Research*, 35(1), 175-187. doi: 10.5328/cter35.313
- Autio, O., Hietanoro, J. y Ruismäki, H. (2011). Taking part in technology education: Elements in students' motivation. *International Journal of Technology & Design Education*, 21, 49–36. doi: 10.1007/s10798-010-9124-6
- Avcı, Z. Y., Keene, K. A., McClaren, L. H., & Vasu, E. S. (2015). An Exploration of Student Attitudes towards Online Communication and Collaboration in Mathematics and Technology. *International Online Journal Of Educational Sciences*, 7(1). doi:10.15345/iojes.2015.01.010
- Barrios, E. A., Muñoz, G. L. y Zetián, I. G. (2013). Tecnología tradicional y software dinámico en el proceso cognitivo de la visualización. *Revista Científica*, 1, 26-31.
- Bhagat, K. K. y Chang, C. Y. (2014). Incorporating GeoGebra into Geometry learning: A lesson from India. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 11(1), 77-86. doi:10.12973/eurasia.2015.1301a
- Bosch, H. E., Di Blasi, M. A., Pelem, M. E., Bergero, M. S., Carvajal, L. y Geromini, N. S. (2011). Nuevo paradigma pedagógico para enseñanza de ciencias y matemática. *Avances en Ciencias e Ingeniería*, 2(3), 131-140.
- Briseño Miranda, C. y Guzmán Hernández, J. (2015, mayo). Construcción de conceptos matemáticos mediante la visualización geométrica. *Educación Matemática en las Américas*, 4, 153-164.

- Cabezas, M. (2007). Las TIC aplicadas a la formación: una experiencia pedagógica en la enseñanza del diseño bidimensional. *I+A Investigación + Acción*, 11(10), 9-25. Recuperado de <https://revistasfaud.mdp.edu.ar/ia>
- Castillo, S. (2008). Propuesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las TIC en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 11(2), 171-194.
- Cedillo Ávalos, T. E. (2006). La enseñanza de las matemáticas en la escuela secundaria: los sistemas algebraicos computarizados. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 11(28), 129-153.
- Coffland, D. A. y Strickland, A. W. (2004). Factors related to teacher use of technology in secondary geometry instruction. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 23(4), 347-365.
- Cowan, J. E. (2012). Strategies for developing a community of practice: Nine years of lessons learned in a hybrid technology education master's program. *Tech-Trends*, 56(1), 12-18. doi:10.1007/s11528-011-0549-x
- Díaz Abahonza, E. H. (2014). *El uso de las TICS como medio didáctico para la enseñanza de la geometría* (Tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia.
- Domingo Coscollola, M. y Marquès Graells, P. (2011). Aulas 2.0 y uso de las TIC en la práctica docente. *Comunicar*, 19(37), 69-175. doi:10.3916/C37-2011-03-09
- Estrada Roca, M. A. y Díez Palomar, F. J. (2011). Las actitudes hacia las matemáticas. Análisis descriptivo de un estudio de caso exploratorio centrado en la educación matemática de familiares. *Revista de Investigación en Educación*, 9(2), 116-132.
- Giandini, V. H. y Salerno, M. N. (2009). La geometría, los ingresantes y el software maple. *Formación Universitaria*, 2(4), 23-30. doi:10.1612/form.univ.4281fu.09
- Gómez, N. (2012). *Relación entre la capacidad de memoria de trabajo en estudiantes de secundaria del Colegio General Ignacio Zaragoza y su actitud hacia las matemáticas* (Tesis de maestría). Universidad de Morelos, Morelos, México.
- Gutiérrez, A. (2005). Aspectos de la investigación sobre aprendizaje de la demostración mediante exploración con software de geometría dinámica. En A. Maz, B. Gómez y M. Torralbo (Eds.), *Noveno Simposio de la Sociedad Española de Educación Matemática SEIEM* (pp. 27-44). Córdoba: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.

- Hallström, J. y Gyberg, P. (2011). Technology in the rear-view mirror: How to better incorporate the history of technology into technology education. *International Journal of Technology & Design Education*, 21, 3-17. doi:10.1007/s10798-009-9109-5
- Juan, A. A., Steegmann Pascual, C., Huertas, M. A., Martínez, M. J. y Simosa, J. (2011). Teaching mathematics online in the European area of higher education: An instructor's point of view. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 42(2), 141-153. doi:10.1080/0020739x.2010.526254
- Khadivi, M. R. (2006). Computers and mathematical philosophies in educational trends. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 25(3), 239-250. doi:10.1007/s10763-010-9193-8
- Kuzniak, A. y Rauscher, J. C. (2011). How do teachers' approaches to geometric work relate to geometry students' learning difficulties? *Educational Studies in Mathematics*, 77, 129-147. doi:10.1007/s10649-011-9304-7
- Lee, C. Y. y Yuan, Y. (2010). Gender differences in the relationship between Taiwanese adolescents' mathematics attitudes and their perceptions toward virtual manipulatives. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 8(5), 937-950. doi:10.1007/s10763-010-9193-8
- Lehmann, C. H. (2008). *Geometría analítica*. México: LIMUSA
- López, R., Castro, E. y Molina, M. (2013). Actitudes de estudiantes de ingeniería de nuevo ingreso hacia el uso de la tecnología en matemáticas. *PNA*, 8(1), 31-50.
- Maduro, R., Bolívar, E., Iturriza, H., Barrios, N., García, H. y Rodríguez, J. (2007). Enseñanza de la matemática desde una perspectiva andragógica. *Educación y Educadores*, 10(2), 51-61.
- Mendoza Contreras, A. (2014). Modelo de Van Hiele y el software GeoGebra para el estudio y comprensión de la geometría analítica en bachillerato. *Revista Electrónica Amiutem*, 2(1), 76-87. Recuperado de <https://revista.amiutem.edu.mx/>
- McGarr, O. (2010). Education for sustainable development in technology education in Irish schools: A curriculum analysis. *International Journal of Technology and Design Education*, 20, 317-332. doi:10.1007/s10798-009-9087-7
- Montero, Y. H., Pedroza, M. E., Astiz, M. S. y Vilanova, S. L. (2015). Caracterización de las actitudes de estudiantes universitarios de matemática hacia los métodos numéricos. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 17(1), 88-99. Recuperado de <http://redie.uabc.mx/vol17no1/contenido-montero-et-al.html>

- Mosothwane, M. (2012). The role of senior secondary school mathematics teachers in the development of mathematics curriculum in Botswana. *International Journal of Scientific Research in Education*, 5(2), 117-129.
- National Council of Teacher of Mathematics. (2003, noviembre). *Principios para matemáticas escolares*. Recuperado de <http://eduteka.icesi.edu.co/articulos/PrincipiosMath>
- Norton, S., McRobbie, C. J. y Cooper, T. J. (2000). Exploring secondary mathematics teacher's reasons for not using computers in their teaching: Five cases studies. *Journal of Research on Computing in Education*, 33(1), 87-109. doi:10.1080/08886504.2000.10782302
- O'Brien, C., Aguinaga, N. J., Hines, R. y Hartshorne, R. (2011). Using contemporary technology tools to improve the effectiveness of teacher educators in special education. *Rural Special Education Quarterly*, 30(3), 33-40. doi:10.1177/875687051103000305
- Opazo Correa, V. (2008). Los pda en educación y su utilización en el aprendizaje de la geometría. *Horizontes Educativos*, 10(1), 85-93.
- Orozco Moret, C. y Labrador, M. E. (2006). La tecnología digital en educación: implicaciones en el desarrollo del pensamiento matemático del estudiante. *Theoria*, 15(2), 81-89.
- Palacios, A., Arias, V. y Arias, B. (2014). Las actitudes hacia las matemáticas: construcción y validación de un instrumento para su medida. *Revista de Psicodidáctica*, 19(1), 67-91. doi:10.138/RevPsicodidact.8961
- Petriz, M. A., Barona, C., López, R. M. y Quiroz, J. (2010). Niveles de desempeño y actitudes hacia las matemáticas en estudiantes de la licenciatura en administración en una universidad estatal mexicana. *Revista Mexicana de Investigación Educativa* 15(47), 1223-1249.
- Pierce, R. y Ball, L. (2009). Perceptions that may affect teachers' intention to use technology in secondary mathematics classes. *Educational Studies in Mathematics*, 71, 299-317. doi:10.1007/s10649-008-9177-6
- Prieto, J. L. y Torregrosa, G. (2010). Integración de instrumentos técnicos y conceptuales en la enseñanza de la geometría: una propuesta para la formación inicial de maestros. *Horizontes Educativos*, 15(1), 81-93.
- Renes, S. L. y Strange, A. T. (2011). Using technology to enhance higher education. *Innovative Higher Education*, 36, 203-213. doi:10.1007/s10755-010-9167-3

- Rey, J. A., Quiroga, P. y Martínez, G. C. (2013). Adaptación de un enfoque para el diseño de secuencias didácticas que permitan el desarrollo de actitudes positivas hacia las matemáticas. *Revista Científica*, (Edición especial), 283-287.
- Tamayo, E. D. (2013). Implicaciones didácticas de GeoGebra sobre el aprendizaje significativo de los tipos de funciones en estudiantes de secundaria. *Apertura*, 5(2), 58-69.
- Unkefer, L. C., Shinde, S. y McMaster, K. (2009). Integrating advanced technology in teacher education courses. *TechTrends*, 53(3), 80-85. doi: 10.1007/s11528-009-0287-5
- Ursini, S., Sánchez, G. y Orendain, M. (2004). Validación y confiabilidad de una escala de actitudes hacia las matemáticas y hacia las matemáticas enseñadas con computadora. *Educación Matemática*, 16(3), 59-78.
- Villamizar Araque, F. Y., Rincón Leal, O. L. y Vergel Ortega, M. (2018). Diseño de escenarios virtuales para problemas de optimización a través de geometría dinámica. *Revista Logos, Ciencia y Tecnología*, 10(2), 67-75. doi:10.22335/rict.v10i2.571
- Wood, R. y Ashfield, J. (2008). The use of the interactive whiteboard for creative teaching and learning in literacy and mathematics: A case study. *British Journal of Educational Technology*, 39(1), 84-96. doi:10.1111/j.14678535.2007.00703.x
- Yang, D. C. y Tsai, Y. F. (2010). Promoting sixth graders' number sense and learning attitudes via technology-based environment. *Educational Technology & Society*, 13(4), 112-125.
- Yavuz Mumcu, H. y Cansiz Aktas, M. (2015). Multi-program high school students' attitudes and self-efficacy perceptions toward mathematics. *Eurasian Journal of Educational Research*, 59, 207-226. doi:10.14689/ejer.2015.59.12
- Zembat, I. O. (2008). Pre-service teachers' use of different types of mathematical reasoning in paper-and-pencil versus technology-supported environments. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 39(2), 143-160. doi:10.1080/00207390701828705